CORRIGÉ du cahier

TEST DIAGNOSTIQUE

Page 1

1. d) **2. d)** **3. b)** et **d)** **4. a)** **5. b)**

Page 2

6. a) 3) **b) 3)** **c) 4)** **7. a)** **8. d)** **9. c)** **10. a)** **11. b)**

Page 3

12. b) **13. b)** **14. c)** **15. b)** **16. b)** **17. d)** **18. a)** **19. a)**

Page 4

20. a) 3) **b) 3)** **c) 4)** **21. a)** **22. a)** **23. c)** **24. b)** **25. d)** **26. b)**
27. d) **28. d)**

Page 5

29. a) $f(x) = \text{a}x + \text{b}$ $\quad$ $\text{b} = 3$

$$\begin{aligned}\text{a} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\\ &= \frac{3 - 0}{0 - {}^{-}2}\\ &= 1{,}5\end{aligned}$$

$f(x) = 1{,}5x + 3$

b) $f(x) = \text{ac}^x$

$$\begin{aligned}f(x) &= 2 \times \text{c}^x\\ 6 &= 2 \times \text{c}^1\\ \text{c} &= 3\\ f(x) &= 2(3)^x\end{aligned}$$

30. a) $$\begin{aligned}V &= \frac{4\pi r^3}{3}\\ &= \frac{4 \times \pi \times 13^3}{3}\\ &\approx 9202{,}77 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

b) $r = 6{,}4 \div 2 = 3{,}2$ mm

$$\begin{aligned}V &= A_B \times h\\ &= \pi r^2 h\\ &= \pi \times 3{,}2^2 \times 11\\ &\approx 353{,}87 \text{ mm}^3\end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned}V &= A_B \times h\\ &= \frac{P \times a}{2} \times h\\ &= \frac{22 \times 6 \times 19{,}05}{2} \times 15\\ &= 18\,859{,}5 \text{ m}^3\end{aligned}$$

31. a) $$\begin{aligned}7x - 3 &= 3x + 8\\ 4x &= 11\\ x &= 2{,}75\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 3 \times 2{,}75 + 8\\ &= 16{,}25\end{aligned}$$

(2,75, 16,25)

b) $$\begin{aligned}3(2x - 3) - 3x &= 27\\ 6x - 9 - 3x &= 27\\ 3x &= 36\\ x &= 12\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 2 \times 12 - 3\\ &= 21\end{aligned}$$

(12, 21)

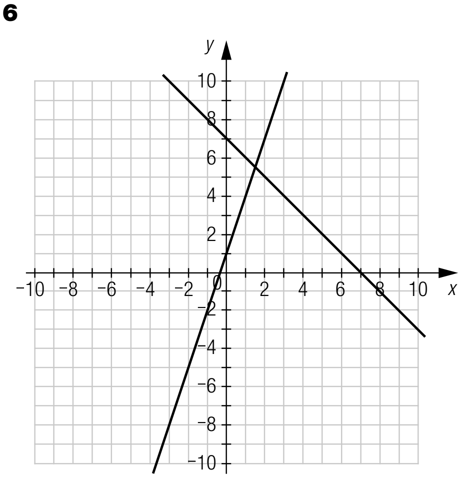
c) $$\begin{array}{r} 2y - x \;=\; {}^{-}8\\ -\;(2y - 2x = 12)\\ \hline x = {}^{-}20 \end{array}$$

$$\begin{aligned}2y - ({}^{-}20) &= {}^{-}8\\ 2y &= {}^{-}28\\ y &= {}^{-}14\end{aligned}$$

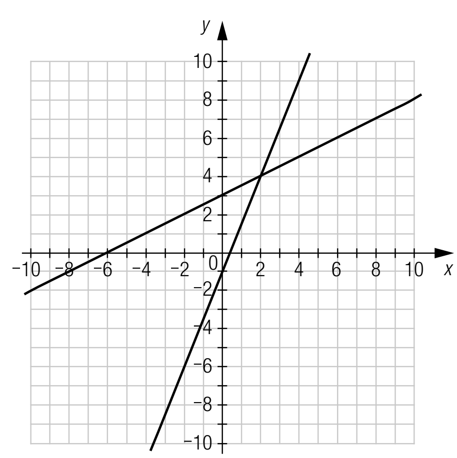
(-20, -14)

Page 6

32. a)



b)



33. a) $f(x) = ac^x$
$f(x) = -4 \times c^x$
$-2 = -4 \times c^1$
$c = 0{,}5$
$f(x) = -4(0{,}5)^x$

b) $g(x) = ac^x$
$g(x) = 3 \times c^x$
$6 = 3 \times c^1$
$c = 2$
$g(x) = 3(2)^x$

c) $h(x) = ac^x$
$h(x) = 5 \times c^x$
$20 = 5 \times c^1$
$c = 4$
$h(x) = 5(4)^x$

34. a) $V = c^3$
$10\,648 = c^3$
$c = 22$ cm
$? = 22$ cm

b) $V = A_B \times h$
$1473{,}75 = 13{,}1 \times 9 \times h$
$1473{,}75 = 117{,}9 \times h$
$h = 12{,}5$ dm
$? = 12{,}5$ dm

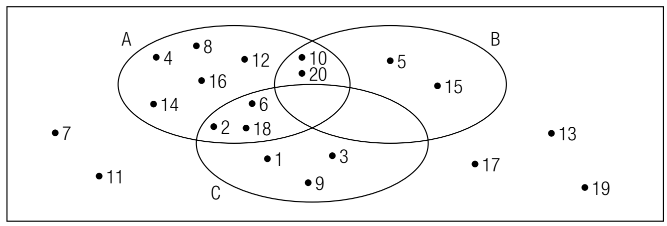
c) $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$
$199\,503{,}7 = \frac{\pi \times r^2 \times 108}{3}$
$r^2 \approx 1764$
$r \approx 42$ mm
$? \approx 42$ mm

Page 7

35. a) $y = ax + b \quad b = 18$
$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$= \frac{0 - 18}{24 - 0}$
$= -0{,}75$
$y = -0{,}75x + 18$

b) $a = 7$
$y = ax + b$
$40 = 7 \times 3 + b$
$b = 19$
$y = 7x + 19$

36. Ω



37. a) $m\,\overline{AB} = \sqrt{18{,}44^2 - 15{,}19^2}$
$\approx 10{,}45$ cm

$\cos C = \frac{15{,}19}{18{,}44}$
$m\angle C = \cos^{-1}\left(\frac{15{,}19}{18{,}44}\right)$
$\approx 34{,}54°$

$\sin B = \frac{15{,}19}{18{,}44}$
$m\angle B = \sin^{-1}\left(\frac{15{,}19}{18{,}44}\right)$
$\approx 55{,}46°$

b) $m\angle B = 90° - 28°$
$= 62°$

$\sin A = \frac{574}{m\,\overline{AB}}$
$\sin 28° = \frac{574}{m\,\overline{AB}}$
$m\,\overline{AB} \approx 1222{,}65$ mm

$\tan A = \frac{574}{m\,\overline{AC}}$
$\tan 28° = \frac{574}{m\,\overline{AC}}$
$m\,\overline{AC} \approx 1079{,}54$ mm

c) $m\angle A = 90° - 39°$
$= 51°$

$\sin C = \frac{m\,\overline{AB}}{2{,}6}$
$\sin 39° = \frac{m\,\overline{AB}}{2{,}6}$
$m\,\overline{AB} \approx 1{,}64$ m

$\cos C = \frac{m\,\overline{BC}}{2{,}6}$
$\cos 39° = \frac{m\,\overline{BC}}{2{,}6}$
$m\,\overline{BC} \approx 2{,}02$ m

Page 8

38. a) $= \frac{5^{-6}}{5^3}$
$= 5^{-9}$

b) $= 11^5 \times 11^{-7} \div 11^{-10}$
$= 11^{-2} \div 11^{-10}$
$= 11^8$

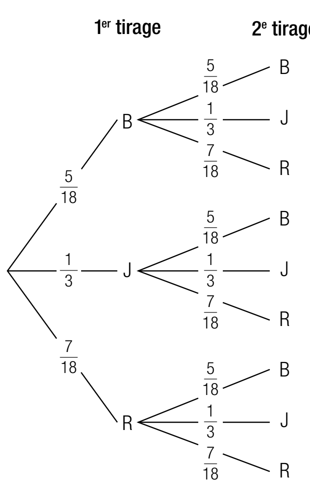
c) $= (3^{11})^{-2} \times (3^5)^4$
$= 3^{-22} \times 3^{20}$
$= 3^{-2}$

39. Pente de la fonction représentée par la droite en rouge :
$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$= \frac{3 - 6}{4 - 2}$
$= -1{,}5$

Règle de la fonction représentée par la droite en bleu :
$f(x) = -1{,}5x + b$
$b = 4$
$f(x) = -1{,}5x + 4$

La règle de la fonction représentée par la droite en bleu est $f(x) = -1{,}5x + 4$.

40.



Résultat	Probabilité
(B, B)	$\frac{5}{18} \times \frac{5}{18} = \frac{25}{324}$
(B, J)	$\frac{5}{18} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{54}$
(B, R)	$\frac{5}{18} \times \frac{7}{18} = \frac{35}{324}$
(J, B)	$\frac{1}{3} \times \frac{5}{18} = \frac{5}{54}$
(J, J)	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$
(J, R)	$\frac{1}{3} \times \frac{7}{18} = \frac{7}{54}$
(R, B)	$\frac{7}{18} \times \frac{5}{18} = \frac{35}{324}$
(R, J)	$\frac{7}{18} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{54}$
(R, R)	$\frac{7}{18} \times \frac{7}{18} = \frac{49}{324}$

P(deux billes de la même couleur) $= P(B, B) + P(J, J) + P(R, R)$
$= \frac{25}{324} + \frac{1}{9} + \frac{49}{324}$
$= \frac{110}{324}$
$= \frac{55}{162}$

Réponse : La probabilité de tirer deux billes de la même couleur est de $\frac{55}{162}$.

CHAPITRE 1 > Optimisation

RAPPEL Inéquation, système d'équations et géométrie analytique

Page 11

1. **a)** $a = \frac{10 - 4}{5 - 3}$
$= 3$

b) $a = \frac{-11 - 5}{3 - -1}$
$= -4$

c) $a = \frac{4 - 1}{2{,}5 - -0{,}5}$
$= 1$

d) $a = \frac{34 - 14}{-12 - 23}$
$= -\frac{4}{7}$

e) $a = \frac{0{,}4 - 0{,}3}{1{,}7 - -1{,}5}$
$= \frac{0{,}1}{3{,}2}$
$= \frac{1}{32}$

f) $a = \frac{\frac{5}{7} - \frac{2}{7}}{\frac{4}{3} - \frac{2}{3}}$
$= \frac{9}{14}$

2. **a)** $\frac{40 - 20}{10 - x} = 5$
$20 = 50 - 5x$
$x = 6$

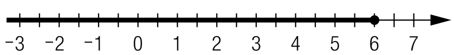
b) $\frac{6 - y}{18 - 15} = 3$
$6 - y = 9$
$y = -3$

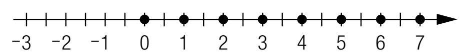
3. **a)** $y = -0{,}5x + 2$
$y = -2x - 4$

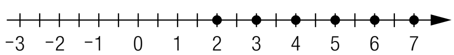
b) $y = -0{,}75x + 5$
$y = 0{,}5x + 8{,}5$

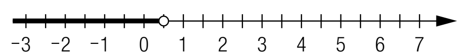
c) $y = -0{,}25x - 1{,}25$
$y = -4x - 10$

Page 12

4. **a)** 

b) 

c) 

d) 

5. **a)** $-2x - 10 = 4x + 8$
$-6x = 18$
$x = -3$
$y = -2 \times -3 - 10$
$= -4$
$(-3, -4)$

b) $2x + 1 = -x + 10$
$3x = 9$
$x = 3$
$y = 2 \times 3 + 1$
$= 7$
$(3, 7)$

c) $2x + (-x + 11) = 5$
$x = -6$
$y = -(-6) + 11$
$= 17$
$(-6, 17)$

d) $2x + 2(3x + 1) = 10$
$8x = 8$
$x = 1$
$y = 3 \times 1 + 1$
$= 4$
$(1, 4)$

e) $x + 2y - 3 = 0$
$-\ (x + y - 4 = 0)$
$y + 1 = 0$
$y = -1$
$x - 1 - 4 = 0$
$x = 5$
$(5, -1)$

f) $2x - 2y = 6$
$-\ (2x + 3y = 35)$
$-5y = -29$
$y = 5{,}8$
$x - 5{,}8 = 3$
$x = 8{,}8$
$(8{,}8, 5{,}8)$

Page 13

6. **a)** $x \geq 10{,}5$, où x est le salaire horaire de Marilou (en $).

b) $x < 84$ %, où x est la moyenne de l'examen (en %).

c) $x \leq 3$, où x est la durée du trajet (en h).

d) $x \geq 1{,}3$, où x est la taille d'une personne (en m).

7. **a)** **1)** x : nombre d'abonnements pour enfants vendus
y : nombre d'abonnements pour adultes vendus

2) $x + y = 350$
$5x + 10y = 2500$

3) $5x + 5y = 1750$
$-\ (5x + 10y = 2500)$
$-5y = -750$
$y = 150$ abonnements pour adultes

$x + 150 = 350$
$x = 200$ abonnements pour enfants

Réponse : Au cours de la dernière année, 200 abonnements pour enfants et 150 abonnements pour adultes ont été vendus.

b) **1)** x : nombre de députés
y : nombre de députées

2) $x + y = 125$
$x = y + 57$

3) $(y + 57) + y = 125$
$2y = 68$
$y = 34$ députées

$x = 34 + 57$
$= 91$ députés

Réponse : Le gouvernement était constitué de 91 députés et de 34 députées.

c) **1)** x : premier nombre
y : deuxième nombre

2) $x = 2y + 8$
$x = 4y - 12$

3) $2y + 8 = 4y - 12$
$20 = 2y$
$y = 10$

$x = 2 \times 10 + 8$
$= 28$

Réponse : Le premier nombre est 28 et le second est 10.

Page 14

8. Équation de la droite qui supporte le segment AB :

$a = \frac{9 - 1}{1 - 7}$
$= -\frac{4}{3}$

$1 = -\frac{4}{3} \times 7 + b$
$b = \frac{31}{3}$

$y = -\frac{4}{3}x + \frac{31}{3}$

Équation de la droite qui supporte le segment CD :

$a = \frac{6 - 2}{8 - 1}$
$= \frac{4}{7}$

$2 = \frac{4}{7} \times 1 + b$
$b = \frac{10}{7}$

$y = \frac{4}{7}x + \frac{10}{7}$

Résolution du système d'équations :

$-\frac{4}{3}x + \frac{31}{3} = \frac{4}{7}x + \frac{10}{7}$
$x = 4{,}675$

$y = -\frac{4}{3} \times 4{,}675 + \frac{31}{3}$
$= 4{,}1$

Réponse : Les coordonnées du point représentant la pompe sont (4,675, 4,1).

9. Soit la règle $y = ax + b$.

$a = \frac{24 - 16}{10 - 20}$
$= -0{,}8$

$24 = -0{,}8 \times 10 + b$
$b = 32$

$-0{,}8x + 32 \leq 20$
$-0{,}8x \leq -12$
$x \geq 15$ min

$0 = -0{,}8x + 32$
$x = 40$ min

$40 - 15 = 25$ min

Réponse : La pression dans le pneu sera inférieure ou égale à 20 psi pendant 25 min.

SECTION 1.1 Inéquation du premier degré à deux variables

Page 16

1. **a)** $y < 2x - 6$

b) $-6y \geq -3x + 12$
$y \leq 0{,}5x - 2$

c) $2y > 0{,}5x + 8$
$y > 0{,}25x + 4$

d) $0{,}5y \geq -0{,}25x + 9$
$y \geq -0{,}5x + 18$

e) $3x - 9 > -y$
$y > -3x + 9$

f) $-10y \leq -8x + 40$
$y \geq 0{,}8x - 4$

2. **a)** **1)** x : revenu de cette année (en \$)
y : revenu de l'année prochaine (en \$)
2) $y \geq x + 1\,000\,000$

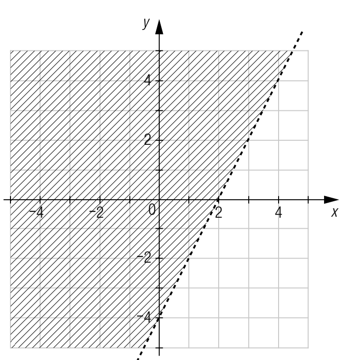
b) **1)** x : nombre de billets pour enfants vendus
y : nombre de billets pour adultes vendus
2) $10x + 20y \geq 1400$

c) **1)** x : nombre de places en classe affaires
y : nombre de places en classe économique
2) $x + y \leq 800$

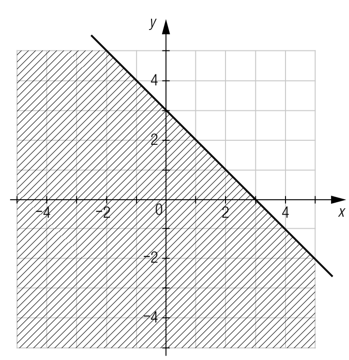
d) **1)** x : puissance fournie par un panneau solaire (en W)
y : puissance fournie par une éolienne (en W)
2) $x + y \leq 10\,000$

Page 17

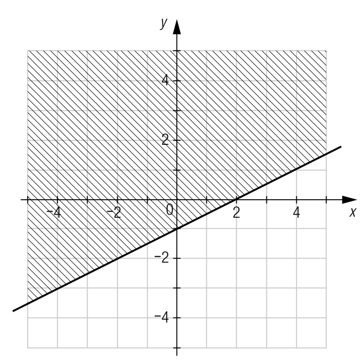
3. **a)**

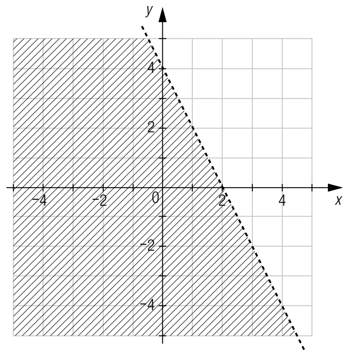


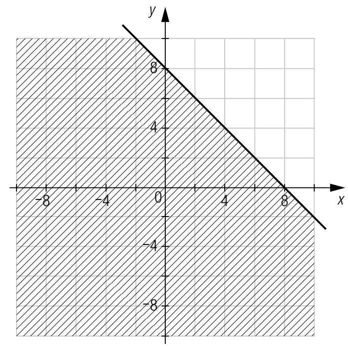
b)

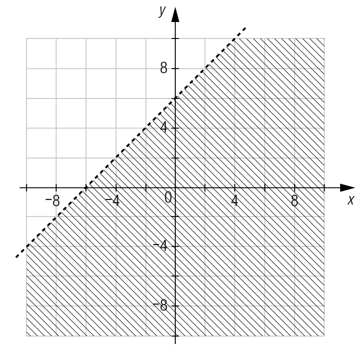


c)



d) 

e) 

f) 

Page 18

4. **a)** Pente : $\frac{-8 - 0}{0 - 4} = 2$
Ordonnée à l'origine : −8
Équation de la droite frontière : $y = 2x - 8$
Inéquation : $y > 2x - 8$
(B)

b) Pente : $\frac{2 - 0}{-2 - 2} = -0{,}5$
$0 = -0{,}5 \times 2 + b \Rightarrow b = 1$
Équation de la droite frontière : $y = -0{,}5x + 1$
Inéquation : $y \leq -0{,}5x + 1$
(G)

c) Pente : $\frac{0 - 6}{-6 - 0} = 1$
Ordonnée à l'origine : 6
Équation de la droite frontière : $y = x + 6$
Inéquation : $y < x + 6$
(E)

d) Pente : $\frac{0 - -6}{-2 - 0} = -3$
Ordonnée à l'origine : −6
Équation de la droite frontière : $y = -3x - 6$
Inéquation : $y \geq -3x - 6$
(L)

e) Pente : $\frac{0 - -2}{4 - 0} = 0{,}5$
Ordonnée à l'origine : −2
Équation de la droite frontière : $y = 0{,}5x - 2$
Inéquation : $y > 0{,}5x - 2$
(C)

f) Pente : $\frac{-6 - 2}{4 - 0} = -2$
Ordonnée à l'origine : 2
Équation de la droite frontière : $y = -2x + 2$
Inéquation : $y \leq -2x + 2$
(J)

5. **a)** (A), (D), (E), (G) et (H).

b) (E), (F), (G) et (H).

c) (B), (C), (D) et (I).

Page 19

6. **a)** Pente : $\frac{6 - 9}{1 - 4} = 1$

$6 = 1 \times 1 + b$
$b = 5$

Équation de la droite frontière :
$y = x + 5$

Le point de coordonnées (0, 0) fait partie de la région-solution :
$0 < 0 + 5$

$y < x + 5$

b) Pente : $\frac{5 - 3}{2 - 6} = -0{,}5$

$5 = -0{,}5 \times 2 + b$
$b = 6$

Équation de la droite frontière :
$y = -0{,}5x + 6$

Le point de coordonnées (0, 0) ne fait pas partie de la région-solution :
$0 \ngeq -0{,}5 \times 0 + 6$

$y \geq -0{,}5x + 6$

c) Pente : $\frac{0 - 12}{-8 - 0} = 1{,}5$

$0 = 1{,}5 \times -8 + b$
$b = 12$

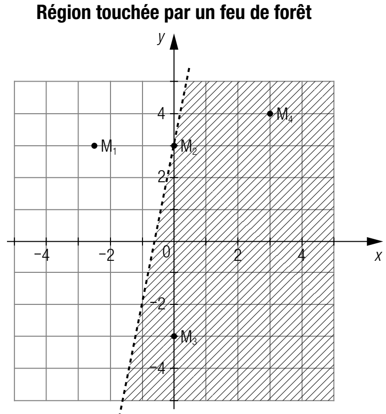
Équation de la droite frontière :
$y = 1{,}5x + 12$

Le point de coordonnées (0, 0) fait partie de la région-solution :
$0 \leq 1{,}5 \times 0 + 12$

$y \leq 1{,}5x + 12$

7. $15x - 3y + 9 > 0$
$-3y > -15x - 9$
$y < 5x + 3$

Région touchée par un feu de forêt



Réponse : Les maisons M_3 et M_4 sont situées dans la région touchée.

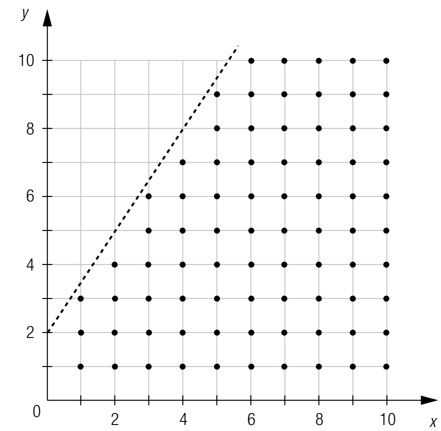
Page 20

8. Inéquation associée à la situation :
$4(y + 1) < 6(x + 2)$, où x et y sont des entiers strictement positifs.

Droite frontière :

$$4(y + 1) = 6(x + 2)$$
$$4y + 4 = 6x + 12$$
$$4y = 6x + 8$$
$$y = 1{,}5x + 2$$

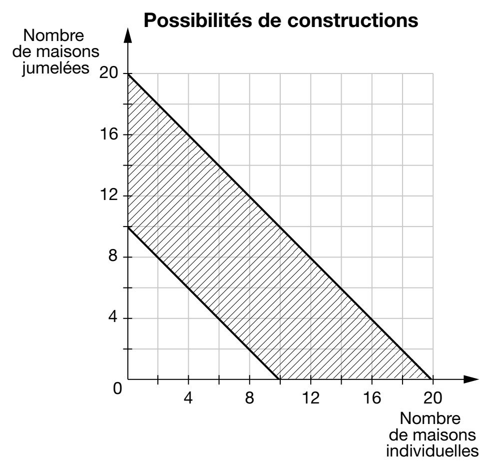
Tous les points à coordonnées entières de la région située sous la droite d'équation $y = 1{,}5x + 2$ sont des solutions. Sébastien a donc raison, il existe une infinité de mesures entières strictement positives pour x et y telles que le périmètre du carré est inférieur au périmètre de l'hexagone.



9. Les choix pour l'investisseur correspondent à tous les couples de coordonnées entières situées entre les deux droites et sur celles-ci.

Les choix sont des solutions des inéquations $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \geq 10$ et $x + y \leq 20$.

Par exemple, l'investisseur peut construire 12 maisons individuelles et 8 maisons jumelées ou 13 maisons jumelées et 4 maisons individuelles.



SECTION 1.2 Système d'inéquations

Page 21

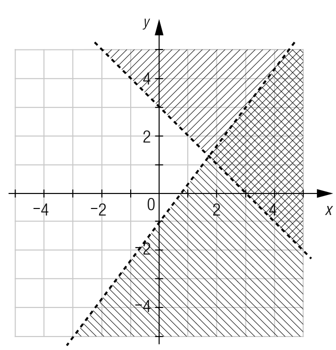
1. a) $0{,}5 \times 0 + 0 \geq 4$
$0 \geq 4$ est faux.
$0 \geq {}^{-}14 + 0$
$0 \geq {}^{-}14$ est vrai.
Non.

b) $0 < {}^{-}0{,}5 \times 0 + 1$
$0 < 1$ est vrai.
$0 \geq 1{,}5 \times 0 - 3$
$0 \geq {}^{-}3$ est vrai.
Oui.

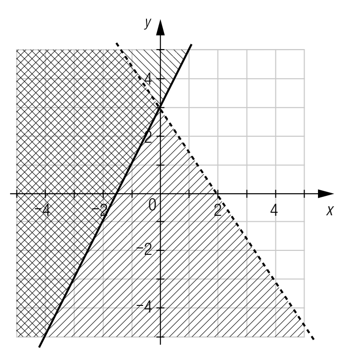
c) ${}^{-}(0) + 2 \times 0 < 0$
$0 < 0$ est faux.
$0 + 3 \times 0 + 2 > 0$
$2 > 0$ est vrai.
Non.

Page 22

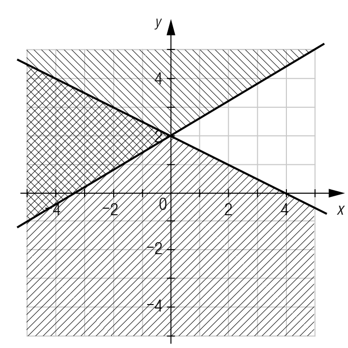
2. a)



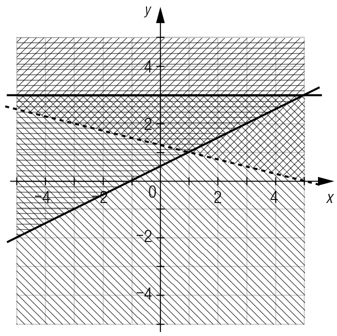
b)



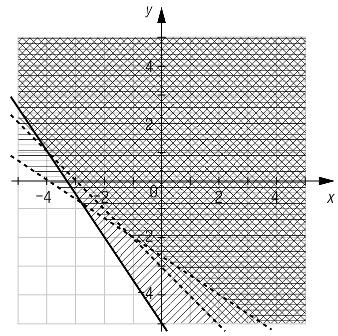
c)



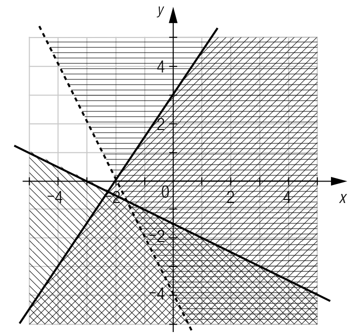
d)



e)



f)



Page 23

3. a) Équation des droites frontières

Pente : $a = \frac{2-0}{0-2} = -1$

Ordonnée à l'origine : 2

$y = -x + 2$

Pente : $a = \frac{-1-0}{-1-1} = 0{,}5$

Ordonnée à l'origine :

$-1 = 0{,}5 \times -1 + b$

$-1 = -0{,}5 + b$

$b = -0{,}5$

$y = 0{,}5x - 0{,}5$

$y > -x + 2$

$y \geq 0{,}5x - 0{,}5$

b) Équation des droites frontières

Pente : $a = \frac{4-1}{-4-0} = -0{,}75$

Ordonnée à l'origine : 1

$y = -0{,}75x + 1$

Pente : $a = \frac{0-3}{-2-0} = 1{,}5$

Ordonnée à l'origine : 3

$y = 1{,}5x + 3$

$y < -0{,}75x + 1$

$y \geq 1{,}5x + 3$

c) Équation des droites frontières

Pente : $a = \frac{3-0}{0-2} = -1{,}5$

Ordonnée à l'origine : 3

$y = -1{,}5x + 3$

Pente : $a = \frac{-4-0}{0-2} = 2$

Ordonnée à l'origine : -4

$y = 2x - 4$

$y > -1{,}5x + 3$

$y < 2x - 4$

d) Équation des droites frontières

Pente : $a = \frac{5-1}{-5-0} = -0{,}8$

Ordonnée à l'origine : 1

$y = -0{,}8x + 1$

$y = 3$

$y \leq -0{,}8x + 1$

$y > 3$

Page 24

4. *Plusieurs réponses possibles. Exemples :*

a) $0 \geq 3 \times 0 - 8$
$0 \leq -2 \times 0 + 5$

$y \geq 3x - 8$
$y \leq -2x + 5$

b) $0 \leq -4 \times 0 + 12$
$0 \leq -(0) + 6$

$y \leq -4x + 12$
$y \leq -x + 6$

c) $0 \geq 1{,}5 \times 0 - 1$
$0 \leq -3 \times 0 + 2$
$4 \times 0 + 5 \times 0 - 9 \leq 0$

$y \geq 1{,}5x - 1$
$y \leq -3x + 2$
$4x + 5y - 9 \leq 0$

d) $2 \times 0 + 6 \times 0 \leq 7$
$0 - 5 \leq 2 \times 0$
$0 \geq 5 \times 0 - 8$

$2x + 6y \leq 7$
$x - 5 \leq 2y$
$y \geq 5x - 8$

5. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
A(0, 10), B(3, 12) et C(5, 20).

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
$y > 3x - 8$ et $y \geq -2x + 7$.

6. a) A, B **b)** A, C, D **c)** D **d)** C

Page 25

7. A - 3, B - 1, C - 4, D - 2

8. a) 3 **b)** 2

Page 26

9. a) 1) x : nombre de camions à deux essieux
y : nombre de camions à trois essieux

2) $x + y > 40$
$x \geq 2y$

b) 1) x : nombre de carreaux de 0,5 m^2
y : nombre de carreaux de 1 m^2

2) $0{,}5x + y \leq 1200$
$x + y \geq 1400$

c) 1) x : nombre de conifères
y : nombre de feuillus

2) $x + y \leq 5000$
$x < 2y - 500$

d) 1) x : largeur du terrain (en m)
y : profondeur du terrain (en m)

2) $2x + 2y \leq 1500$
$x > 0{,}5y$
$x < y$

e) 1) x : nombre de nuits à l'hôtel
y : nombre de nuits en camping

2) $x \leq 5$
$y \leq 4$
$105x + 55y \leq 550$

Page 27

10. Variables

x : nombre de déclarations des sociétés
y : nombre de déclarations des particuliers

Système d'inéquations

$x + y \geq 1250$
$y > \frac{x + y}{3}$
$x > 2y - 300$

Vérification

$800 + 800 \geq 1250$
$1600 \geq 1250$ est vrai.

$800 > \frac{800 + 800}{3}$
$800 > 533,\overline{3}$ est vrai.

$800 > 2 \times 800 - 300$
$800 > 1300$ est faux.

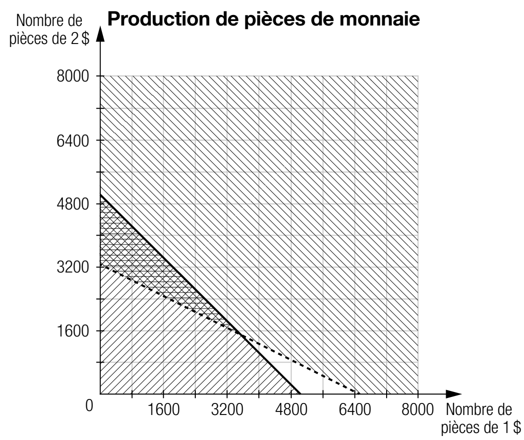
Réponse : Il est impossible pour la firme de réaliser 800 déclarations de chaque type.

11. Variables

x : nombre de pièces de 1 \$
y : nombre de pièces de 2 \$

Système d'inéquations

$x + y \leq 5000$
$x + 2y > 6500$



Page 28

12. Équations correspondant à chaque côté du parallélogramme

Droite qui passe par $\overline{AB}$:
Pente : $\frac{7 - 2}{6 - 4} = 2,5$
Ordonnée à l'origine : $2 = 2,5 \times 4 + b$
$b = -8$
$y = 2,5x - 8$

Droite qui passe par $\overline{BC}$:
Pente : $\frac{7 - 6}{6 - 4} = 0,5$
Ordonnée à l'origine : $6 = 0,5 \times 4 + b$
$b = 4$
$y = 0,5x + 4$

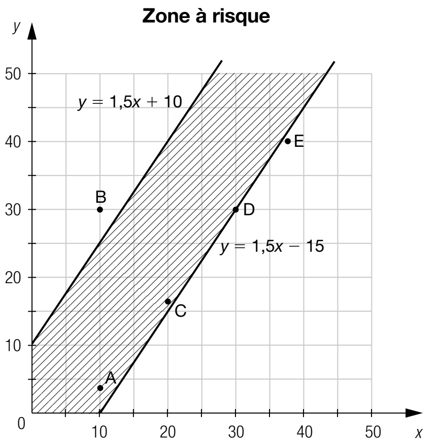
Droite qui passe par $\overline{CD}$:
Pente : 2,5
Ordonnée à l'origine : $6 = 2,5 \times 4 + b$
$b = -4$
$y = 2,5x - 4$

Droite qui passe par $\overline{AD}$:
Pente : 0,5
Ordonnée à l'origine : $2 = 0,5 \times 4 + b$
$b = 0$
$y = 0,5x$

On déduit les quatre inéquations : $y > 2,5x - 8$, $y < 0,5x + 4$, $y < 2,5x - 4$ et $y > 0,5x$.

Réponse : $y > 2,5x - 8$, $y < 0,5x + 4$, $y < 2,5x - 4$ et $y > 0,5x$.

13. a)



b) Le point de coordonnées (0, 0) fait partie de l'ensemble-solution de chacune des inéquations.

Frontière supérieure :
$0 \leq 1,5 \times 0 + 10$ est vrai, alors $y \leq 1,5x + 10$.

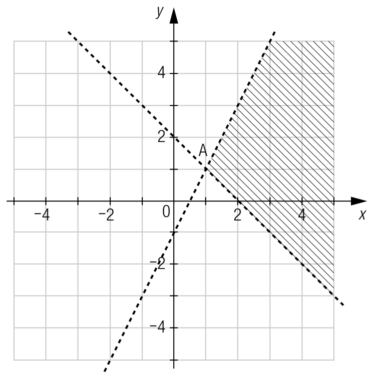
Frontière inférieure :
$0 \geq 1,5 \times 0 - 15$ est vrai, alors $y \geq 1,5x - 15$.

Réponse : $y \leq 1,5x + 10$
$y \geq 1,5x - 15$

c) Les citoyens des villes A, C et D devront être alertés, car les coordonnées de leur ville sont des solutions des deux inéquations délimitant la zone.

Page 30

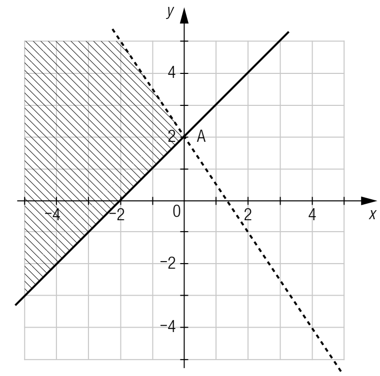
1. a) 1)



2) Le polygone est non borné.

3) A(1, 1)

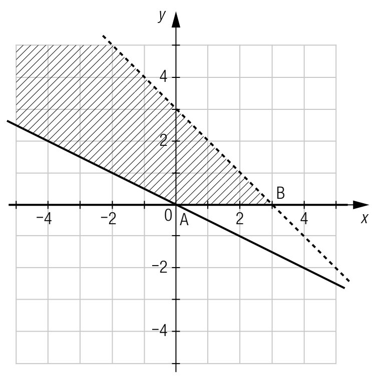
b) 1)



2) Le polygone est non borné.

3) A(0, 2)

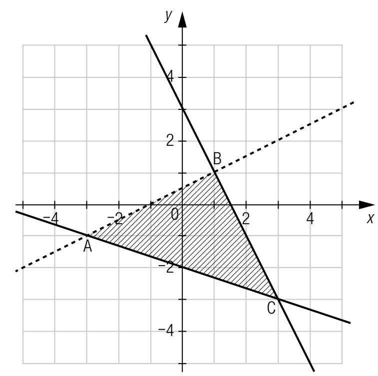
c) 1)



2) Le polygone est non borné.

3) A(0, 0) et B(3, 0)

d) 1)



2) Le polygone est borné.

3) A(−3, −1), B(1, 1) et C(3, −3)

Page 31

2. a) Coordonnées du point A :
A(0, 2)

Coordonnées du point B :
B(0, 9)

Coordonnées du point C :

$$\begin{aligned} x + (x + 2) &= 9 \\ 2x &= 7 \\ x &= 3{,}5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 3{,}5 + 2 \\ &= 5{,}5 \end{aligned}$$

C(3,5, 5,5)

b) Coordonnées du point A :

$$\begin{array}{r} 3x + 5y = 26 \\ \underline{-\ (2x + 5y = 24)} \\ x \quad\quad = 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3 \times 2 + 5y &= 26 \\ 5y &= 20 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

A(2, 4)

Coordonnées du point B :

$$\begin{aligned} 2x + 5 \times 1{,}5 &= 24 \\ 2x &= 16{,}5 \\ x &= 8{,}25 \end{aligned}$$

B(8,25, 1,5)

Coordonnées du point C :

$$\begin{aligned} 3x + 5 \times 1{,}5 &= 26 \\ 3x &= 18{,}5 \\ x &= \frac{37}{6} \end{aligned}$$

$C\left(\frac{37}{6}, 1{,}5\right)$

c) Coordonnées du point A :

$$\begin{aligned} x - 2(-0{,}5x + 6) &= -7 \\ 2x &= 5 \\ x &= 2{,}5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= -0{,}5 \times 2{,}5 + 6 \\ &= 4{,}75 \end{aligned}$$

A(2,5, 4,75)

Coordonnées du point B :

$$\begin{aligned} x - 2(-1{,}5x + 14{,}5) &= -7 \\ 4x &= 22 \\ x &= 5{,}5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= -1{,}5 \times 5{,}5 + 14{,}5 \\ &= 6{,}25 \end{aligned}$$

B(5,5, 6,25)

Coordonnées du point C :

$$\begin{aligned} -1{,}5x + 14{,}5 &= -0{,}5x + 6 \\ x &= 8{,}5 \end{aligned}$$

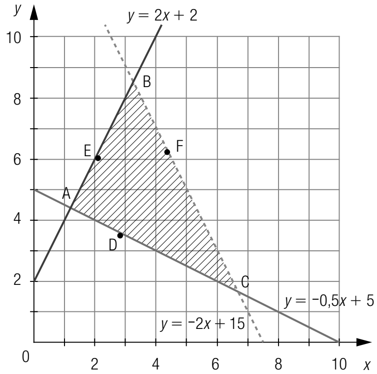
$$\begin{aligned} y &= -0{,}5 \times 8{,}5 + 6 \\ &= 1{,}75 \end{aligned}$$

C(8,5, 1,75)

Page 32

3. a) $y \leq 2x + 2$
$y < -2x + 15$
$y \geq -0{,}5x + 5$

b)



c) $3{,}56 \leq 2 \times 2{,}87 + 2$
$3{,}56 \leq 7{,}74$ est vrai.

$3{,}56 \leq -2 \times 2{,}87 + 15$
$3{,}56 \leq 9{,}26$ est vrai.

$3{,}56 \geq -0{,}5 \times 2{,}87 + 5$
$3{,}56 \geq 3{,}565$ est faux.

Les coordonnées du point D ne vérifient pas l'inéquation $y \geq -0{,}5x + 5$. Ce point ne fait donc pas partie de la région-solution du système d'inéquations.

4. a) $y \leq 0{,}8x + 4{,}6$
$y \leq -0{,}5x + 10{,}5$
$4x - 3y \leq 23$
$x - 7y \leq -9$
$y > -2x + 7$

b) Les sommets B, C et D font partie de la région-solution, car les droites qui les forment sont tracées d'un trait plein. Les sommets A et E ne font pas partie de la région-solution, car une des droites qui les forment est tracée d'un trait pointillé.

SECTION 1.4 Résolution de problèmes

Page 35

1. a)

Couple	$z = 2x + 3y$
(3, −2)	$z = 2 \times 3 + 3 \times -2$ $= 0$
(−1, 7)	$z = 2 \times -1 + 3 \times 7$ $= 19$
(5, 0)	$z = 2 \times 5 + 3 \times 0$ $= 10$
(2, −4)	$z = 2 \times 2 + 3 \times -4$ $= -8$

b)

Couple	$z = 4x - 5y$
(10, 8)	$z = 4 \times 10 - 5 \times 8$ $= 0$
(−4, −6)	$z = 4 \times -4 - 5 \times -6$ $= 14$
(11, 10)	$z = 4 \times 11 - 5 \times 10$ $= -6$
(5, 5)	$z = 4 \times 5 - 5 \times 5$ $= -5$

c)

Couple	$z = x - 3y - 5$
(−3, 0,5)	$z = -3 - 3 \times 0{,}5 - 5$ $= -9{,}5$
(−1, 7)	$z = -1 - 3 \times 7 - 5$ $= -27$
(5, 0)	$z = 5 - 3 \times 0 - 5$ $= 0$
(2, −4)	$z = 2 - 3 \times -4 - 5$ $= 9$

d)

Couple	$z = -2x + 4y + 1$
(−2, 5)	$z = -2 \times -2 + 4 \times 5 + 1$ $= 25$
(1, 3)	$z = -2 \times 1 + 4 \times 3 + 1$ $= 11$
(−4, −3)	$z = -2 \times -4 + 4 \times -3 + 1$ $= -3$
(0, −6)	$z = -2 \times 0 + 4 \times -6 + 1$ $= -23$

Page 36

2. a) $z_A = 3 \times -4 + 5 \times -2$
$= -22$

$z_B = 3 \times -1 + 5 \times 3$
$= 12$

$z_C = 3 \times 4 + 5 \times -4$
$= -8$

1) (−4, −2)
2) (−1, 3)

b) $z_A = 1 + 7 \times 9$
$= 64$

$z_B = 9 + 7 \times 6$
$= 51$

$z_C = 0 + 7 \times 0$
$= 0$

1) (0, 0)
2) (1, 9)

c) $z_A = 6 \times 0 - 3 \times 3 - 2$
$= -11$

$z_B = 6 \times 2 - 3 \times 8 - 2$
$= -14$

$z_C = 6 \times 7 - 3 \times 4 - 2$
$= 28$

$z_D = 6 \times 4 - 3 \times 0 - 2$
$= 22$

1) (2, 8)
2) (7, 4)

3.

Sommet	a) $z = 3x + 4y$	b) $z = -2x + 3y$	c) $z = 5x - 4y$
A(2, 7)	$z = 3 \times 2 + 4 \times 7$ $= 34$	$z = -2 \times 2 + 3 \times 7$ $= 17$	$z = 5 \times 2 - 4 \times 7$ $= -18$
B(6, 9)	$z = 3 \times 6 + 4 \times 9$ $= 54$	$z = -2 \times 6 + 3 \times 9$ $= 15$	$z = 5 \times 6 - 4 \times 9$ $= -6$
C(9, 5)	$z = 3 \times 9 + 4 \times 5$ $= 47$	$z = -2 \times 9 + 3 \times 5$ $= -3$	$z = 5 \times 9 - 4 \times 5$ $= 25$
D(7, 2)	$z = 3 \times 7 + 4 \times 2$ $= 29$	$z = -2 \times 7 + 3 \times 2$ $= -8$	$z = 5 \times 7 - 4 \times 2$ $= 27$
E(1, 3)	$z = 3 \times 1 + 4 \times 3$ $= 15$	$z = -2 \times 1 + 3 \times 3$ $= 7$	$z = 5 \times 1 - 4 \times 3$ $= -7$

a) **1)** 54 **2)** 15
b) **1)** 17 **2)** −8
c) **1)** 27 **2)** −18

Page 37

4. a) 1) $z_A = 2 \times 2 + 4 \times 7 = 32$ $z_B = 2 \times 8 + 4 \times 4 = 32$
$z_D = 2 \times 4 + 4 \times 6 = 32$ $z_E = 2 \times 6 + 4 \times 5 = 32$

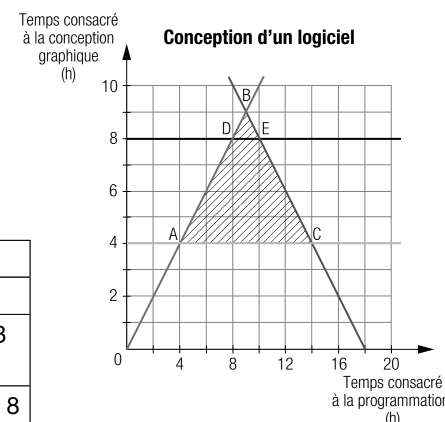
2) $z_A = 4 \times 2 + 4 \times 5 = 28$ $z_B = 4 \times 5 + 4 \times 2 = 28$
$z_F = 4 \times 4 + 4 \times 3 = 28$ $z_G = 4 \times 3 + 4 \times 4 = 28$

b) Lorsque la solution optimale peut être obtenue à l'aide des coordonnées de plusieurs points du polygone de contraintes, ces points forment généralement un côté du polygone.

5. Objectif
Minimiser le coût C de conception du logiciel (en $)

Règle de la fonction à optimiser
$C = 25x + 45y$

Représenter graphiquement la nouvelle contrainte.
Évaluer la fonction à optimiser pour tous les sommets avant et après l'ajout de la nouvelle contrainte.



Avant		Après	
Sommet	$C = 25x + 45y$	Sommet	$C = 25x + 45y$
A(4, 4)	$C = 25 \times 4 + 45 \times 4$ $= 280$ $	D(8, 8)	$C = 25 \times 8 + 45 \times 8$ $= 560$ $
B(9, 9)	$C = 25 \times 9 + 45 \times 9$ $= 630$ $	E(10, 8)	$C = 25 \times 10 + 45 \times 8$ $= 610$ $
C(14, 4)	$C = 25 \times 14 + 45 \times 4$ $= 530$ $		

Réponse : Puisque le coût maximal de conception du logiciel reste 630 $, l'ajout de la nouvelle contrainte n'a pas d'impact sur celui-ci.

Page 38

6. Soit x, le nombre de dictionnaires de poche et y, le nombre de dictionnaires de bureau.

a) $z = 13x + 18y$ **b)** $z = 20x + 24y$ **c)** $z = 7x + 6y$

7. a) x : nombre de caisses de 1,75 m³
y : nombre de caisses de 2,5 m³

b) Maximiser le profit P par chargement (en $).

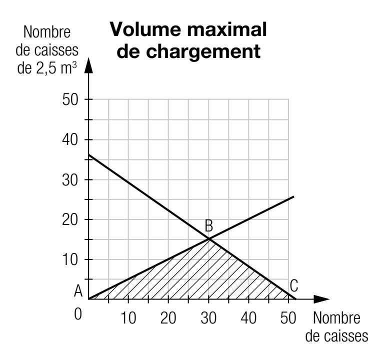
c) $P = 4{,}50x + 6{,}75y$

d) $x \geq 0$, $y \geq 0$
$1{,}75x + 2{,}5y \leq 90$
$x \geq 2y$

e) Coordonnées du sommet B :
$1{,}75 \times 2y + 2{,}5 \times 2y = 90$
$6y = 90$
$y = 15$
$x = 2 \times 15$
$= 30$
B(30, 15)

Coordonnées du sommet C :
$1{,}75x + 2{,}5 \times 0 = 90$ $y = 0$
$x = \frac{360}{7}$
$C\left(\frac{360}{7}, 0\right)$

Réponse : A(0, 0), B(30, 15) et $C\left(\frac{360}{7}, 0\right)$



f)

Sommet	$P = 4{,}50x + 6{,}75y$
A(0, 0)	$P = 4{,}50 \times 0 + 6{,}75 \times 0$ $= 0$ \$
B(30, 15)	$P = 4{,}50 \times 30 + 6{,}75 \times 15$ $= 236{,}25$ \$
$C\left(\frac{360}{7}, 0\right)$	$P = 4{,}50 \times \frac{360}{7} + 6{,}75 \times 0$ $\approx 231{,}43$ \$

L'entreprise doit transporter 30 caisses de 1,75 m^3 et 15 caisses de 2,5 m^3, ce qui générera un profit maximal par chargement de 236,25 $.

Page 39

8. Variables

x : nombre de toiles à l'acrylique
y : nombre de toiles à l'huile

Objectif

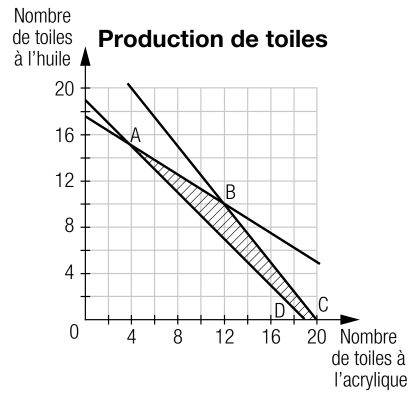
Minimiser les dépenses D (en $)

Règle de la fonction à optimiser

$D = 25x + 30y$

Contraintes

$x \geq 0$
$y \geq 0$
$0{,}2x + 0{,}16y \leq 4$
$5x + 8y \leq 140$
$x + y \geq 19$



Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A :

$$\begin{aligned} 5(19 - y) + 8y &= 140 \\ 95 - 5y + 8y &= 140 \\ 3y &= 45 \\ y &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 15 &= 19 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

A(4, 15)

Coordonnées du sommet B :

$25(0{,}2x + 0{,}16y = 4)$
$\Rightarrow 5x + 4y = 100$

$$\begin{array}{r} 5x + 4y = 100 \\ -\ (5x + 8y = 140) \\ \hline -4y = -40 \\ y = 10 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 5x + 8 \times 10 &= 140 \\ 5x &= 60 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

B(12, 10)

Coordonnées du sommet C :

$$\begin{aligned} 0{,}2x + 1{,}16 \times 0 &= 4 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

C(20, 0)

Coordonnées du sommet D :

$$\begin{aligned} x + 0 &= 19 \\ x &= 19 \end{aligned}$$

D(19, 0)

Solution optimale

Sommet	$D = 25x + 30y$
A(4, 15)	$D = 25 \times 4 + 30 \times 15$ $= 550$ \$
B(12, 10)	$D = 25 \times 12 + 30 \times 10$ $= 600$ \$
C(20, 0)	$D = 25 \times 20 + 30 \times 0$ $= 500$ \$
D(19, 0)	$D = 25 \times 19 + 30 \times 0$ $= 475$ \$

Les coordonnées du sommet D permettent de minimiser la fonction à optimiser.

Réponse : L'artiste devra peindre 19 toiles à l'acrylique et aucune toile à l'huile, ce qui générera une dépense minimale de 475 $.

Page 40

9. Variables

x : nombre de plaquettes de frein
y : nombre de disques de frein

Objectif

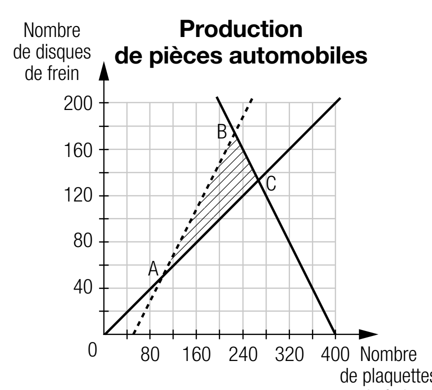
Maximiser le profit P quotidien (en $)

Règle de la fonction à optimiser

$P = 2x + 1{,}9y$

Contraintes

$x \geq 0$
$y \geq 0$
$x + y \leq 400$
$x \leq 2y$
$x - y > 50$



Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A :

$2y - y = 50$

$y = 50$

$x = 2 \times 50$

$= 100$

A(100, 50)

Coordonnées du sommet B :

$(50 + y) + y = 400$

$2y = 350$

$y = 175$

$x + 175 = 400$

$x = 225$

B(225, 175)

Coordonnées du sommet C :

$2y + y = 400$

$3y = 400$

$y = \frac{400}{3}$

$x + \frac{400}{3} = 400$

$x = \frac{800}{3}$

$C\left(\frac{800}{3}, \frac{400}{3}\right)$

Solution optimale

Sommet	$P = 2x + 1{,}9y$
A(100, 50)	$P = 2 \times 100 + 1{,}9 \times 50$ $= 295$ \$
B(225, 175)	$P = 2 \times 225 + 1{,}9 \times 175$ $= 782{,}50$ \$
$C\left(\frac{800}{3}, \frac{400}{3}\right)$	$P = 2 \times \frac{800}{3} + 1{,}9 \times \frac{400}{3}$ $\approx 786{,}67$ \$

Les coordonnées du sommet C permettent de maximiser la fonction à optimiser. Puisque les coordonnées de ce sommet ne sont pas entières, on peut choisir le point dont les coordonnées sont entières et qui fait partie de la région-solution, soit le point de coordonnées (266, 133).

$P = 2 \times 266 + 1{,}9 \times 133$

$= 784{,}70$ \$

Réponse : L'entreprise doit produire 266 plaquettes de frein et 133 disques de frein, ce qui générera un profit maximal quotidien de 784,70 $.

Page 41

10. Variables

x : temps pour la conception des plans (en h)

y : temps pour la surveillance du chantier (en h)

Objectif

Maximiser le montant M de l'offre de service (en \$)

Règle de la fonction à optimiser

$M = 55x + 45y$

Contraintes

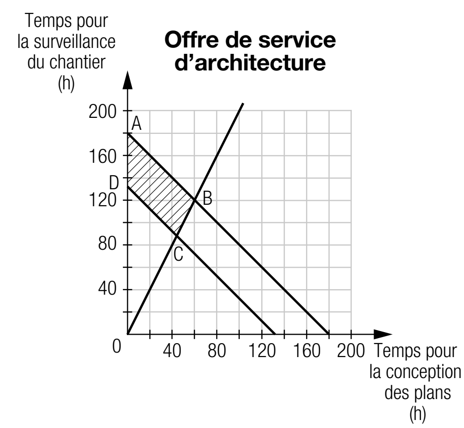
$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x + y \geq 132$

$x + y \leq 180$

$y \geq 2x$



Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A :

$0 + y = 180$

$y = 180$

A(0, 180)

Coordonnées du sommet B :

$x + 2x = 180$

$3x = 180$

$x = 60$

$60 + y = 180$

$y = 120$

B(60, 120)

Coordonnées du sommet C :

$x + 2x = 132$

$3x = 132$

$x = 44$

$44 + y = 132$

$y = 88$

C(44, 88)

Coordonnées du sommet D :

$0 + y = 132$

$y = 132$

D(0, 132)

Solution optimale

Sommet	$M = 55x + 45y$
A(0, 180)	$M = 55 \times 0 + 45 \times 180$ $= 8100$ \$
B(60, 120)	$M = 55 \times 60 + 45 \times 120$ $= 8700$ \$
C(44, 88)	$M = 55 \times 44 + 45 \times 88$ $= 6380$ \$
D(0, 132)	$M = 55 \times 0 + 45 \times 132$ $= 5940$ \$

Les coordonnées du sommet B permettent de maximiser la fonction à optimiser.

Réponse : L'architecte doit prévoir 60 h pour la conception des plans et 120 h pour la surveillance du chantier, pour un montant maximal de 8700 $.

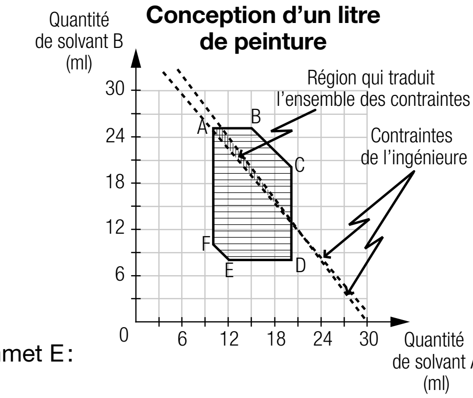
Page 42

11. Variables

x : quantité de solvant A (en ml)
y : quantité de solvant B (en ml)

Contraintes de la situation

$x \geq 10$
$x \leq 20$
$y \geq 8$
$y \leq 25$
$x + y \geq 20$
$x + y \leq 40$



Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A :
A(10, 25)

Coordonnées du sommet B :
$x + 25 = 40$
$x = 15$
B(15, 25)

Coordonnées du sommet C :
$20 + y = 40$
$y = 20$
C(20, 20)

Coordonnées du sommet D :
D(20, 8)

Coordonnées du sommet E :
$x + 8 = 20$
$x = 12$
E(12, 8)

Coordonnées du sommet F :
$10 + y = 20$
$y = 10$
F(10, 10)

Contraintes de l'ingénieure

$0{,}04x + 0{,}03y > 1{,}2$
$1{,}25x + 1{,}1y < 40$

Graphiquement, on constate qu'il existe une région qui traduit l'ensemble des contraintes.

Réponse : L'ingénieure a raison, il est possible de créer une peinture dont l'indice de résistance est supérieur à 1,2 et dont le coût du solvant par litre de peinture produite est inférieur à 40 $.

Page 43

12. Variables

x : nombre de romans en format de poche
y : nombre de romans en format standard

Objectif

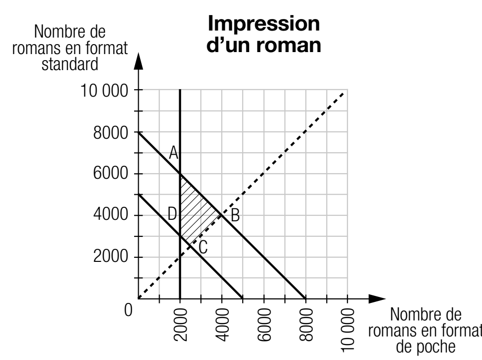
Maximiser le revenu R (en $)

Règle de la fonction à optimiser

$R = 5x + 4y - 1350$

Contraintes

$x \geq 0$
$y \geq 0$
$x + y \geq 5000$
$x + y \leq 8000$
$x < y$
$x \geq 2000$



Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

A(2000, 6000)
D(2000, 3000)

Coordonnées du sommet B :
$y + y = 8000$
$2y = 8000$
$y = 4000$

$x = 4000$

B(4000, 4000)

Coordonnées du sommet C :
$x = 5000 - x$
$2x = 5000$
$x = 2500$

$y = 2500$

C(2500, 2500)

Solution optimale

Sommet	$M = 5x + 4y - 1350$
A(2000, 6000)	$R = 5 \times 2000 + 4 \times 6000 - 1350$ $= 32\ 650$ \$
B(4000, 4000)	$R = 5 \times 4000 + 4 \times 4000 - 1350$ $= 34\ 650$ \$
C(2500, 2500)	$R = 5 \times 2500 + 4 \times 2500 - 1350$ $= 21\ 150$ \$
D(2000, 3000)	$R = 5 \times 2000 + 4 \times 3000 - 1350$ $= 20\ 650$ \$

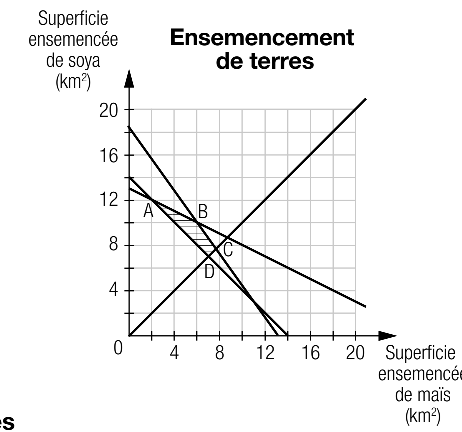
Les coordonnées du sommet B permettent de maximiser la fonction à optimiser.
Puisque ce sommet se trouve sur une droite frontière en pointillé, il ne fait pas partie de la région-solution.
Le couple (3999, 4001) peut alors être considéré.
$R = 5 \times 3999 + 4 \times 4001 - 1350$
$= 34\ 649$ \$

Réponse : L'imprimerie peut prévoir un revenu maximal de 34 649 \$.

Page 44

13. Variables

x : superficie ensemencée de maïs (en km^2)
y : superficie ensemencée de soya (en km^2)



Objectifs

Maximiser les revenus R (en k\$)
Minimiser la quantité Q d'engrais (en kl)

Règle des fonctions à optimiser

$R = 25x + 50y$
$Q = 20x + 25y$

Contraintes

$x \geq 0$	$x + y \geq 14$
$y \geq 0$	$140x + 100y \leq 1840$
$x \leq y$	$4x + 8y \leq 104$

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A :
$4x + 8(14 - x) = 104$
$-4x = -8$
$x = 2$
$y = 12$
A(2, 12)

Coordonnées du sommet C :
$140x + 100x = 1840$
$x \approx 7{,}67$
$y \approx 7{,}67$
C($\approx$ 7,67, $\approx$ 7,67)

Coordonnées du sommet D :
D(7, 7)

Coordonnées du sommet B :
$140x + 100y = 1840$
$35(4x + 8y = 104) \Rightarrow 140x + 280y = 3640$

$$\begin{array}{r} 140x + 100y = 1840 \\ -\ (140x + 280y = 3640) \\ \hline -180y = -1800 \\ y = 10 \end{array}$$

$4x + 8 \times 10 = 104$
$x = 6$
B(6, 10)

Solution optimale relativement aux revenus

Sommet	$R = 25x + 50y$
A(2, 12)	$R = 25 \times 2 + 50 \times 12$ $= 650$ k\$
B(6, 10)	$R = 25 \times 6 + 50 \times 10$ $= 650$ k\$
C($\approx$ 7,67, $\approx$ 7,67)	$R \approx 25 \times 7{,}67 + 50 \times 7{,}67$ ≈ 575 k\$
D(7, 7)	$R = 25 \times 7 + 50 \times 7$ $= 525$ k\$

Les coordonnées des points A et B maximisent les revenus.

Solution optimale relativement à la quantité d'engrais

Sommet	$Q = 20x + 25y$
A(2, 12)	$Q = 20 \times 2 + 25 \times 12$ $= 340$ kl
B(6, 10)	$Q = 20 \times 6 + 25 \times 10$ $= 370$ kl

Les coordonnées du point A minimisent la quantité d'engrais.

Réponse : L'agriculteur doit ensemencer 2 km^2 de maïs et 12 km^2 de soya.

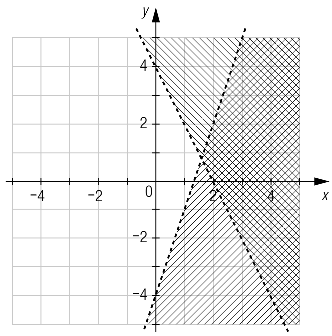
MÉLI-MÉLO

Page 45

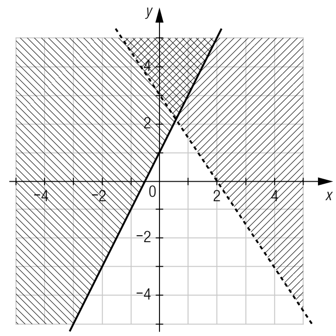
1. **b)** **2.** **b)** **3.** **b)** **4.** **a)** **5.** **d)** **6.** **c)** **7.** **a)**

Page 46

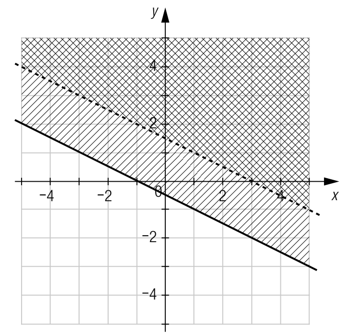
8. **a)**



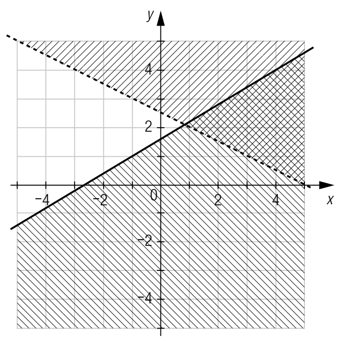
b)



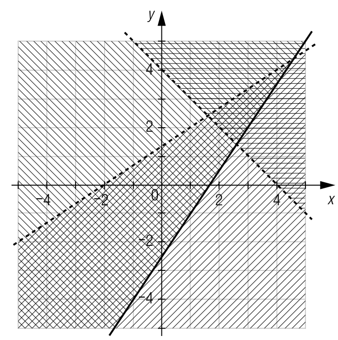
c)



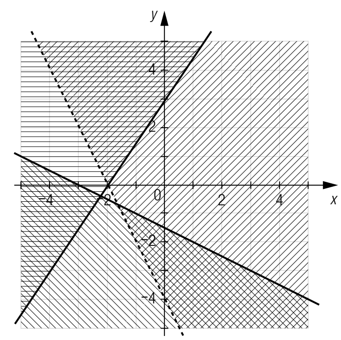
d)



e)



f)



L'ensemble-solution est vide.

Page 47

9. **a)** **1)** Oui.
2) Non.
3) Non.

b) **1)** Non.
2) Oui.
3) Oui.

10.

Sommet	**a)** $z = 2{,}5x + 4y$	**b)** $z = 5x - 2y$
A(5, 1)	$z = 2{,}5 \times 5 + 4 \times 1 = 16{,}5$	$z = 5 \times 5 - 2 \times 1 = 23$
B(2, 4)	$z = 2{,}5 \times 2 + 4 \times 4 = 21$	$z = 5 \times 2 - 2 \times 4 = 2$
C(4, 7)	$z = 2{,}5 \times 4 + 4 \times 7 = 38$	$z = 5 \times 4 - 2 \times 7 = 6$
D(7, 9)	$z = 2{,}5 \times 7 + 4 \times 9 = 53{,}5$	$z = 5 \times 7 - 2 \times 9 = 17$
E(9, 7)	$z = 2{,}5 \times 9 + 4 \times 7 = 50{,}5$	$z = 5 \times 9 - 2 \times 7 = 31$
F(9, 3)	$z = 2{,}5 \times 9 + 4 \times 3 = 34{,}5$	$z = 5 \times 9 - 2 \times 3 = 39$

a) **1)** D
2) A

b) **1)** F
2) B

11. **a)** $x \geq 0$
$y \geq 0$
$y < x + 1$
$y \geq 0{,}5x - 1$
$y \leq {}^{-}x + 4$

b) $y < x + 1$
$x - 8y < {}^{-}22$
$4x + 3y \leq 52$

c) $y \geq 0$
$y \leq 0{,}5x - 1$
$y \geq {}^{-}x + 4$
$4x + 3y \leq 52$

Page 48

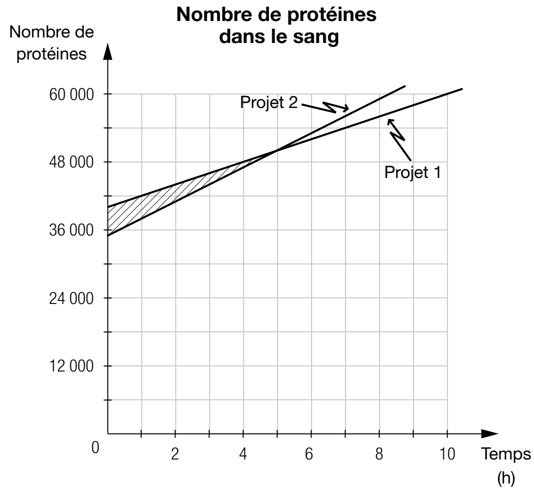
12. x : nombre de places VIP
y : nombre de places régulières

Réponse : $x \geq 0$ $y \geq 0$ $x \geq 40$ $x + y \geq 150$ $x + y \leq 250$ $y \leq 2x$ $85x + 55y \geq 15\,050$

13. a) $P_1 \leq 2000t + 40\ 000$

$P_2 \geq 3000t + 35\ 000$, où P_1 et P_2 représentent respectivement les quantités de protéines par millilitre de sang dans le premier et le second projet et t, le temps écoulé (en h).

b)



c) $P_1 = 2000t + 40\ 000$

$P_2 = 3000t + 35\ 000$

$2000t + 40\ 000 = 3000t + 35\ 000$

$1000t = 5000$

$t = 5$ h

Réponse : La dernière fois que le nombre de protéines pourra être le même dans les deux projets est 5 heures après le début. Après ce moment, le nombre de protéines sera toujours plus grand dans le second projet que dans le premier projet.

Page 49

14. Variables

x : nombre de sacs d'engrais printanier

y : nombre de sacs d'engrais estival

Objectif

Minimiser le coût C de production (en $)

Fonction à optimiser

$C = 6x + 5y$

Contraintes

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$10x + 6y \leq 4650$

$6x + 5y \leq 3000$

$4x + 7y \leq 3100$

$x + y \geq 490$

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A :

$4x + 7(490 - x) = 3100$

$-3x = -330$

$x = 110$

$y = 380$

A(110, 380)

Coordonnées du sommet B :

$4(6x + 5y = 3000) \Rightarrow 24x + 20y = 12\ 000$

$6(4x + 7y = 3100) \Rightarrow 24x + 42y = 18\ 600$

$24x + 20y = 12\ 000$

$-\ (24x + 42y = 18\ 600)$

$-22y = -6600$

$y = 300$

$6x + 5 \times 300 = 3000$

$x = 250$

B(250, 300)

Coordonnées du sommet C :

$5(10x + 6y = 4650) \Rightarrow 50x + 30y = 23\ 250$

$6(6x + 5y = 3000) \Rightarrow 36x + 30y = 18\ 000$

$50x + 30y = 23\ 250$

$-\ (36x + 30y = 18\ 000)$

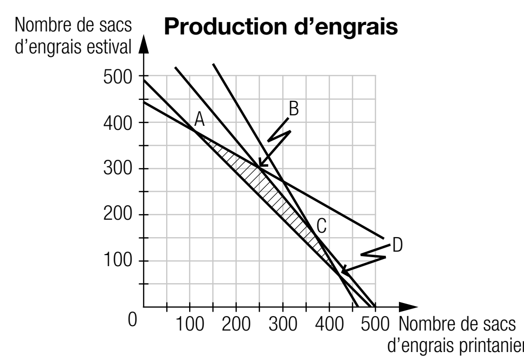
$14x = 5250$

$x = 375$

$10 \times 375 + 6y = 4650$

$y = 150$

C(375, 150)



Coordonnées du sommet D :

$10x + 6(490 - x) = 4650$

$4x = 1710$

$x = 427{,}5$

$y = 62{,}5$

D(427,5, 62,5)

Solution optimale

Sommet	$C = 6x + 5y$
A(110, 380)	$C = 6 \times 110 + 5 \times 380$ $= 2560$ $
B(250, 300)	$C = 6 \times 250 + 5 \times 300$ $= 3000$ $
C(375, 150)	$C = 6 \times 375 + 5 \times 150$ $= 3000$ $
D(427,5, 62,5)	$C = 6 \times 427{,}5 + 5 \times 62{,}5$ $= 2877{,}50$ $

Les coordonnées du sommet A permettent de minimiser la fonction à optimiser.

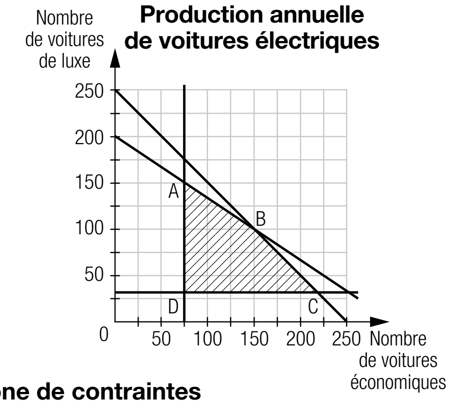
110 + 380 = 490 sacs

Réponse : L'entreprise pourra produire un nombre maximal de 490 sacs d'engrais.

Page 50

15. Variables

x : nombre de voitures économiques
y : nombre de voitures de luxe



Objectif

Maximiser le profit P (en k$)

Fonction à optimiser

$P = 10x + 20y$

Contraintes

$x \geq 75$
$y \geq 30$
$x + y \leq 250$
$20x + 30y \leq 6000$

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A :
$x = 75$
$20x + 30y = 6000$
$20 \times 75 + 30y = 6000$
$30y = 4500$
$y = 150$
A(75, 150)

Coordonnées du sommet C :
$y = 30$
$x + y = 250$
$x + 30 = 250$
$x = 220$
C(220, 30)

Coordonnées du sommet D :
$x = 75$
$y = 30$
D(75, 30)

Coordonnées du sommet B :
$x + y = 250$
$20x + 30y = 6000$
$20(250 - y) + 30y = 6000$
$5000 - 20y + 30y = 6000$
$10y = 1000$
$y = 100$
$x + y = 250$
$x + 100 = 250$
$x = 150$
B(150, 100)

Solution optimale

Sommet	$P = 10x + 20y$
A(75, 150)	$P = 10 \times 75 + 20 \times 150 = 3750$ k$
B(150, 100)	$P = 10 \times 150 + 20 \times 100 = 3500$ k$
C(220, 30)	$P = 10 \times 220 + 20 \times 30 = 2800$ k$
D(75, 30)	$P = 10 \times 75 + 20 \times 30 = 1350$ k$

Les coordonnées du sommet A permettent de maximiser la fonction à optimiser.

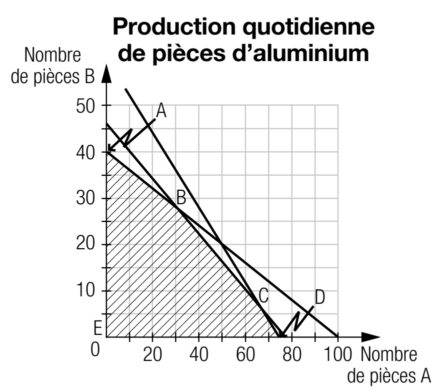
Réponse : Puisque le fabricant peut réaliser un profit maximal annuel de 3 750 000 $, ce qui est inférieur à 4 000 000 $, il a tort.

Page 51

16. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

Variables

x : nombre de pièces A
y : nombre de pièces B



Objectif

Maximiser le profit P quotidien (en $)

Fonction à optimiser

$P = 150x + 250y$

Contraintes

$x \geq 0$
$y \geq 0$
$12x + 30y \leq 1200$
$16x + 20y \leq 1200$
$9x + 15y \leq 690$

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A :

$12x + 30y = 1200$

$12 \times 0 + 30y = 1200$

$y = 40$

A(0, 40)

Coordonnées du sommet B :

$2(9x + 15y = 690) \Rightarrow 18x + 30y = 1380$

$$\begin{array}{l} 12x + 30y = 1200 \\ \underline{-\ (18x + 30y = 1380)} \\ \ \ {}^{-}6x \qquad = {}^{-}180 \end{array}$$

$x = 30$

$12 \times 30 + 30y = 1200$

$30y = 840$

$y = 28$

B(30, 28)

Coordonnées du sommet D :

$16x + 20y = 1200$

$16x + 20 \times 0 = 1200$

$x = 75$

D(75, 0)

Coordonnées du sommet E :

$x = 0$ E(0, 0)

$y = 0$

Coordonnées du sommet C :

$3(16x + 20y = 1200) \Rightarrow 48x + 60y = 3600$

$4(9x + 15y = 690) \Rightarrow 36x + 60y = 2760$

$$\begin{array}{l} 48x + 60y = 3600 \\ \underline{-\ (36x + 60y = 2760)} \\ \ \ 12x \qquad = 840 \end{array}$$

$x = 70$

$16 \times 70 + 20y = 1200$

$y = 4$

C(70, 4)

Solution optimale

Sommet	$P = 150x + 250y$
A(0, 40)	$P = 150 \times 0 + 250 \times 40$ $= 1000$ \$
B(30, 28)	$P = 150 \times 30 + 250 \times 28$ $= 11\,500$ \$
C(70, 4)	$P = 150 \times 70 + 250 \times 4$ $= 11\,500$ \$
D(75, 0)	$P = 150 \times 75 + 250 \times 0$ $= 11\,250$ \$
E(0, 0)	$P = 150 \times 0 + 250 \times 0$ $= 0$ \$

Les coordonnées des sommets B et C permettent de maximiser la fonction à optimiser.

Réponse : L'entreprise peut produire 70 pièces A et 4 pièces B, car pour un profit égal à une production de 30 pièces A et 28 pièces B, la première production nécessite moins d'eau.

Page 52

17. Profit *P*

Pour une table A :

$P = 175 - (70 \times 40 + 35 \times 30 + 40 \times 20) \div 60$

$= 97{,}50$ \$

Pour une table B :

$P = 125 - (70 \times 30 + 35 \times 40 + 40 \times 10) \div 60$

$= 60$ \$

Variables

x : nombre de tables du modèle A

y : nombre de tables du modèle B

Fonction à optimiser

$P = 97{,}5x + 60y$

Contraintes

$40x + 30y \leq 54\,000$

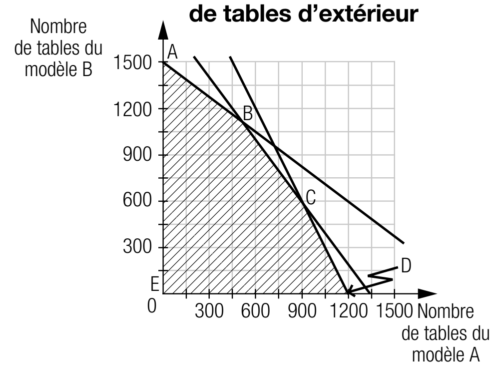
$30x + 40y \leq 59\,820$

$20x + 10y \leq 24\,000$

Objectif

Maximiser le profit P quotidien (en \$)

Production de tables d'extérieur



Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A :

$30x + 40y = 59\,820$

$30 \times 0 + 40y = 59\,820$

$y = 1495{,}5$

A(0, 1495,5)

Coordonnées du sommet B :

$4(40x + 30y = 54\,000) \Rightarrow 160x + 120y = 216\,000$

$3(30x + 40y = 59\,820) \Rightarrow 90x + 120y = 179\,460$

$$\begin{array}{l} 160x + 120y = 216\,000 \\ \underline{-\ (90x + 120y = 179\,460)} \\ \ \ 70x \qquad = 36\,540 \end{array}$$

$x = 522$

$40 \times 522 + 30y = 54\,000$

$30y = 33\,120$

$y = 1104$

B(522, 1104)

Coordonnées du sommet C :

$2(20x + 10y = 24\ 000) \Rightarrow 40x + 20y = 48\ 000$

$$\begin{array}{r} 40x + 30y = 54\ 000 \\ -\ (40x + 20y = 48\ 000) \\ \hline 10y = 6000 \\ y = 600 \end{array}$$

$40x + 30 \times 600 = 54\ 000$

$x = 900$

C(900, 600)

Coordonnées du sommet D :

$20x + 10y = 24\ 000$

$20x + 10 \times 0 = 24\ 000$

$x = 1200$

D(1200, 0)

Coordonnées du sommet E :

$x = 0$

$y = 0$

E(0, 0)

Solution optimale

Sommet	$P = 97{,}5x + 60y$
A(0, 1495,5)	$P = 97{,}5 \times 0 + 60 \times 1495{,}5$ $= 89\ 730$ \$
B(522, 1104)	$P = 97{,}5 \times 522 + 60 \times 1104$ $= 117\ 135$ \$
C(900, 600)	$P = 97{,}5 \times 900 + 60 \times 600$ $= 123\ 750$ \$
D(1200, 0)	$P = 97{,}5 \times 1200 + 60 \times 0$ $= 117\ 000$ \$
E(0, 0)	$P = 97{,}5 \times 0 + 60 \times 0$ $= 0$ \$

Les coordonnées du sommet C permettent de maximiser la fonction à optimiser. Toutefois, $123\ 750 < 130\ 000$.

Réponse : Puisque les profits seront de 123 750 \$, ce qui est inférieur à 130 000 \$, Félix-Olivier a tort.

Pages 53-54

18. Variables

x : nombre d'éoliennes installées

y : nombre de panneaux solaires installés

Objectif

Maximiser la puissance P de la centrale (en MW)

Règle de la fonction à optimiser

$P = 4x + 7y$

Contraintes

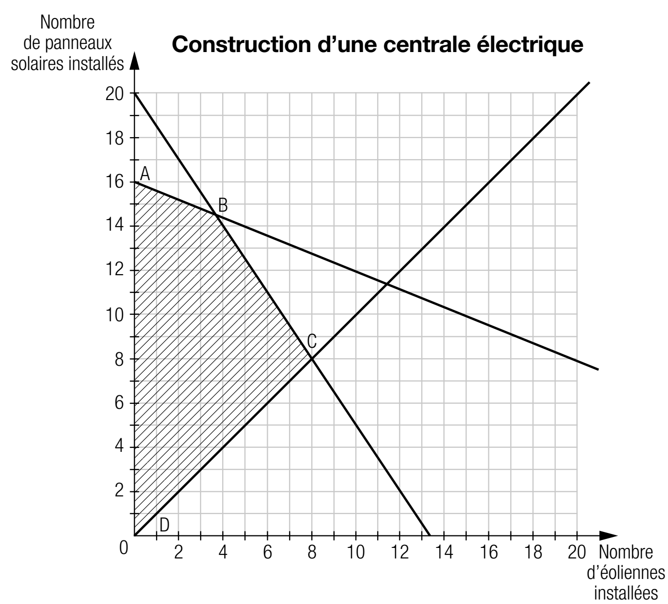
$x \geq 0$

$y \geq 0$

$y \geq x$

$0{,}75x + 0{,}5y \leq 10$

$0{,}2x + 0{,}5y \leq 8$



Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A :

$0{,}2x + 0{,}5y = 8$

$0{,}2 \times 0 + 0{,}5y = 8$

$y = 16$

A(0, 16)

Coordonnées du sommet B :

$$\begin{array}{r} 0{,}75x + 0{,}5y = 10 \\ -\ (0{,}2x + 0{,}5y = 8) \\ \hline 0{,}55x \quad\quad = 2 \\ x \approx 3{,}64 \end{array}$$

$0{,}75 \times 3{,}64 + 0{,}5y \approx 10$

$0{,}5y \approx 7{,}27$

$y \approx 14{,}55$

B($\approx 3{,}64$, $\approx 14{,}55$)

Coordonnées du sommet C :

$y = x$

$0{,}75x + 0{,}5y = 10$

$0{,}75x + 0{,}5x = 10$

$1{,}25x = 10$

$x = 8$

$y = x$

$= 8$

C(8, 8)

Coordonnées du sommet D : D(0, 0)

Solution optimale

Sommet	$P = 4x + 7y$
A(0, 16)	$P = 4 \times 0 + 7 \times 16$ $= 112$ MW
B($\approx$ 3,64, $\approx$ 14,55)	$P \approx 4 \times 3{,}64 + 7 \times 14{,}55$ $\approx 116{,}41$ MW
C(8, 8)	$P = 4 \times 8 + 7 \times 8$ $= 88$ MW
D(0, 0)	$P = 4 \times 0 + 7 \times 0$ $= 0$ MW

Les coordonnées du sommet B permettent de maximiser la fonction à optimiser. Par contre, puisque ces coordonnées ne sont pas entières, on peut évaluer les points dont les coordonnées sont (2, 15) et (4, 14), qui font partie de la région-solution et ont des coordonnées entières.

$P = 4 \times 2 + 7 \times 15$
$= 113$ MW
$P = 4 \times 4 + 7 \times 14$
$= 114$ MW

Le point de coordonnées (4, 14) permet de maximiser la puissance.

Vérifier que ce couple-solution engendre l'utilisation de toute l'enveloppe d'argent disponible, soit 10 M$.
$0{,}75 \times 4 + 0{,}5 \times 14 = 10$ M$

Réponse : Il faut installer 4 éoliennes et 14 panneaux solaires afin d'utiliser toute l'enveloppe d'argent disponible et de maximiser la puissance de la centrale.

Pages 55-56

19. Variables

x : nombre de voyages de camions de type A
y : nombre de voyages de camions de type B

Objectif

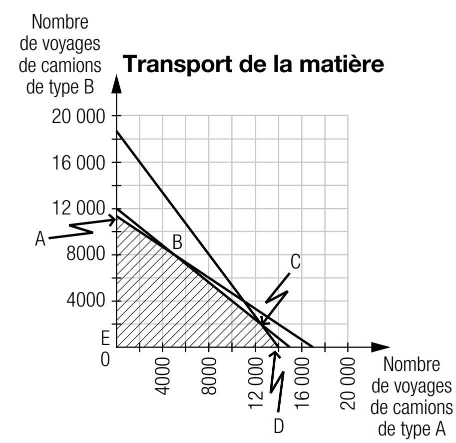
Maximiser le coût C de transport (en $)

Règle de la fonction à optimiser

$C = 130x + 150y$

Contraintes

$x \geq 0$ $\quad 4x + 3y \leq 56\,000$
$y \geq 0$ $\quad 4x + 5y \leq 60\,000$
$\quad 2x + 3y \leq 34\,000$



Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A :
$2x + 3y = 34\,000$
$2 \times 0 + 3y = 34\,000$
$y = 11\,333{,}\overline{3}$
A(0, 11 333,$\overline{3}$)

Coordonnées du sommet B :
$2(2x + 3y = 34\,000) \Rightarrow 4x + 6y = 68\,000$
$4x + 5y = 60\,000$
$-(4x + 6y = 68\,000)$
$-y = -8000$
$y = 8000$
$4x + 5 \times 8000 = 60\,000$
$4x = 20\,000$
$x = 5000$
B(5000, 8000)

Coordonnées du sommet C :
$4x + 3y = 56\,000$
$-(4x + 5y = 60\,000)$
$-2y = -4000$
$y = 2000$
$4x + 3 \times 2000 = 56\,000$
$4x = 50\,000$
$x = 12\,500$
C(12 500, 2000)

Coordonnées du sommet D :
$4x + 3y = 56\,000$
$4x + 3 \times 0 = 56\,000$
$x = 14\,000$
D(14 000, 0)

Coordonnées du sommet E :
E(0, 0)

Solution optimale

Sommet	$C = 130x + 150y$
A(0, 11 333,$\overline{3}$)	$C = 130 \times 0 + 150 \times 11\,333,\overline{3}$ $= 1\,700\,000$ $
B(5000, 8000)	$C = 130 \times 5000 + 150 \times 8000$ $= 1\,850\,000$ $
C(12 500, 2000)	$C = 130 \times 12\,500 + 150 \times 2000$ $= 1\,925\,000$ $
D(14 000, 0)	$C = 130 \times 14\,000 + 150 \times 0$ $= 1\,820\,000$ $
E(0, 0)	$C = 130 \times 0 + 150 \times 0$ $= 0$ $

Les coordonnées du sommet C engendrent le coût de transport le plus élevé.

Capacité restante de chacune des zones après 12 500 voyages de camions de type A et 2000 voyages de camions de type B

Matière à enfouir :
$4 \times 12\,500 + 3 \times 2000 = 56\,000$ tonnes (zone remplie au maximum)

Matière organique :
$4 \times 12\,500 + 5 \times 2000 = 60\,000$ tonnes (zone remplie au maximum)

Matière récupérable :
$2 \times 12\,500 + 3 \times 2000 = 31\,000$ tonnes (zone remplie à $\frac{31\,000}{34\,000} \approx 91,2$ %)

Capacité restante :
$34\,000 - 31\,000 = 3000$ tonnes

Réponse : Le coût de transport maximal associé à la capacité de ce site d'enfouissement est de 1 925 000 $ pour 12 500 voyages de camions de type A et 2000 voyages de camions de type B. À la suite de ces transports, les zones A et B seront remplies au maximum et la zone C sera remplie à environ 91,2 %, c'est-à-dire que sa capacité restante sera de 3000 tonnes.

Pages 57-58

20. Variables

x : nombre de conifères plantés
y : nombre de feuillus plantés

Contraintes de la situation

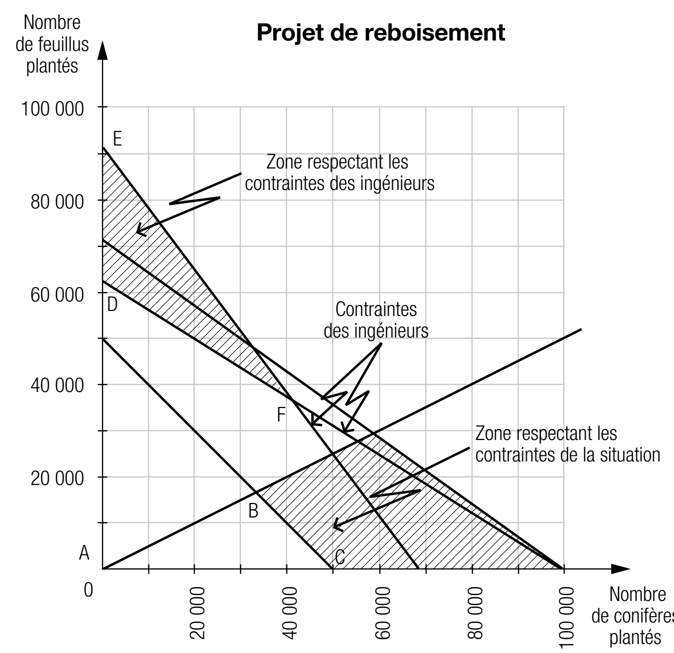
$x \geq 0$
$y \geq 0$
$x \geq 2y$
$x + y \geq 50\,000$
$10x + 14y \leq 1\,000\,000$

Contraintes des ingénieurs

$5x + 8y \geq 500\,000$
$4x + 3y \leq 275\,000$

Graphiquement, on constate qu'aucune région ne traduit l'ensemble des contraintes.

Réponse : Il est effectivement impossible de réaliser une plantation dont la production de dioxygène est supérieure à 500 000 tonnes par année à un coût inférieur à 275 000 $.



CHAPITRE 2 > Géométrie

RAPPEL Relations métriques, rapports trigonométriques, loi des sinus et aire d'un triangle quelconque

Page 62

1. a) $m\ \overline{AC} \times m\ \overline{BD} = m\ \overline{AB} \times m\ \overline{BC}$
$17{,}69 \times 8{,}82 = 13 \times x$
$x \approx 12$ cm

b) $\dfrac{m\ \overline{EF}}{m\ \overline{EH}} = \dfrac{m\ \overline{EH}}{m\ \overline{EG}}$
$\dfrac{2}{x} = \dfrac{x}{12}$
$x^2 = 24$
$x \approx 4{,}9$ cm

c) $\dfrac{m\ \overline{KL}}{m\ \overline{IK}} = \dfrac{m\ \overline{IK}}{m\ \overline{JK}}$
$\dfrac{x}{18} = \dfrac{18}{11}$
$x \approx 29{,}45$ cm

2.

	m $\overline{AB}$	m $\overline{BC}$	m $\overline{BD}$	m $\overline{CD}$	m $\overline{AC}$	m $\overline{AD}$
Triangle 1	**11,25 cm**	15 cm	9 cm	**12 cm**	**18,75 cm**	**6,75 cm**
Triangle 2	10 cm	24 cm	**≈ 9,23 cm**	**≈ 22,15 cm**	**26 cm**	**≈ 3,85 cm**
Triangle 3	48 cm	**55 cm**	**≈ 36,16 cm**	**≈ 41,44 cm**	73 cm	**≈ 31,56 cm**
Triangle 4	**≈ 27,62 cm**	**29 cm**	20 cm	21 cm	**≈ 40,05 cm**	**≈ 19,05 cm**

3. a) **1)** $\dfrac{9}{15} = \dfrac{3}{5}$ **2)** $\dfrac{12}{15} = \dfrac{4}{5}$ **3)** $\dfrac{9}{12} = \dfrac{3}{4}$ **b)** **1)** $\dfrac{12}{13}$ **2)** $\dfrac{5}{13}$ **3)** $\dfrac{12}{5}$

Page 63

4. a) ≈ 0,309 **b)** ≈ 0,5592 **c)** 1 **d)** ≈ 0,2309 **e)** ≈ 0,7071 **f)** ≈ 0,2079
g) ≈ 0,3746 **h)** ≈ 1,6003 **i)** ≈ 0,9455

5. a) **1)** $\tan A = \dfrac{m\ \overline{BC}}{m\ \overline{AB}}$
$\tan 39° = \dfrac{8}{m\ \overline{AB}}$
$m\ \overline{AB} = \dfrac{8}{\tan 39°}$
$\approx 9{,}88$ cm

2) $\sin A = \dfrac{m\ \overline{BC}}{m\ \overline{AC}}$
$\sin 39° = \dfrac{8}{m\ \overline{AC}}$
$m\ \overline{AC} = \dfrac{8}{\sin 39°}$
$\approx 12{,}71$ cm

b) **1)** $\cos E = \dfrac{m\ \overline{EF}}{m\ \overline{DE}}$
$\cos 59° = \dfrac{15}{m\ \overline{DE}}$
$m\ \overline{DE} = \dfrac{15}{\cos 59°}$
$\approx 29{,}12$ cm

2) $\tan E = \dfrac{m\ \overline{DF}}{m\ \overline{EF}}$
$\tan 59° = \dfrac{m\ \overline{DF}}{15}$
$m\ \overline{DF} = 15 \tan 59°$
$\approx 24{,}96$ cm

c) **1)** $\sin H = \dfrac{m\ \overline{GI}}{m\ \overline{GH}}$
$\sin 40° = \dfrac{m\ \overline{GI}}{36}$
$m\ \overline{GI} = 36 \sin 40°$
$\approx 23{,}14$ cm

2) $\cos H = \dfrac{m\ \overline{HI}}{m\ \overline{GH}}$
$\cos 40° = \dfrac{m\ \overline{HI}}{36}$
$m\ \overline{HI} = 36 \cos 40°$
$\approx 27{,}58$ cm

d) **1)** $\sin L = \dfrac{m\ \overline{JK}}{m\ \overline{JL}}$
$\sin 56° = \dfrac{m\ \overline{JK}}{21}$
$m\ \overline{JK} = 21 \sin 56°$
$\approx 17{,}41$ cm

2) $\cos L = \dfrac{m\ \overline{KL}}{m\ \overline{JL}}$
$\cos 56° = \dfrac{m\ \overline{KL}}{21}$
$m\ \overline{KL} = 21 \cos 56°$
$\approx 11{,}74$ cm

Page 64

6. a) $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$
$\dfrac{m\ \overline{BC}}{\sin 41°} = \dfrac{7{,}4}{\sin 112°}$
$m\ \overline{BC} = \dfrac{7{,}4 \sin 41°}{\sin 112°}$
$\approx 5{,}24$ cm

b) $\dfrac{e}{\sin E} = \dfrac{f}{\sin F}$
$\dfrac{m\ \overline{DF}}{\sin 80°} = \dfrac{8{,}6}{\sin 34°}$
$m\ \overline{DF} = \dfrac{8{,}6 \sin 80°}{\sin 34°}$
$\approx 15{,}15$ m

c) $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$
$\dfrac{7}{\sin A} = \dfrac{9}{\sin 100°}$
$\sin A = \dfrac{7 \sin 100°}{9}$

$m\angle A = \sin^{-1}\left(\dfrac{7 \sin 100°}{9}\right)$
$\approx 49{,}99°$
(L'angle A ne peut pas être obtus.)

d) $\dfrac{e}{\sin E} = \dfrac{f}{\sin F}$
$\dfrac{8{,}4}{\sin 37°} = \dfrac{12}{\sin F}$
$\sin F = \dfrac{12 \sin 37°}{8{,}4}$
$m\angle F = \sin^{-1}\left(\dfrac{12 \sin 37°}{8{,}4}\right)$
$\approx 59{,}29°$

ou $m\angle F \approx 180° - 59{,}29°$
$\approx 120{,}71°$

7. a) $A = \dfrac{bc \sin A}{2}$
$= \dfrac{15(8) \sin 35°}{2}$
$\approx 34{,}41$ cm^2

b) $A = \dfrac{df \sin E}{2}$
$= \dfrac{38{,}15(52{,}61) \sin 116°}{2}$
$\approx 901{,}97$ m^2

c) $p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{18 + 20 + 11}{2} = 24{,}5$ cm

$A = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$

$= \sqrt{24{,}5(24{,}5 - 18)(24{,}5 - 20)(24{,}5 - 11)}$

$\approx 98{,}36$ cm

d) $p = \frac{d + e + f}{2} = \frac{9{,}2 + 6{,}3 + 6{,}3}{2} = 10{,}9$ cm

$A = \sqrt{p(p - d)(p - e)(p - f)}$

$= \sqrt{10{,}9(10{,}9 - 9{,}2)(10{,}9 - 6{,}3)(10{,}9 - 6{,}3)}$

$\approx 19{,}8\ \text{m}^2$

SECTION 2.1 Loi des cosinus

Page 66

1. a)

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos C \\ (\text{m}\ \overline{AB})^2 &= 14^2 + 15^2 - 2(14)(15)\cos 108° \\ \text{m}\ \overline{AB} &= \sqrt{14^2 + 15^2 - 2(14)(15)\cos 108°} \\ &\approx \sqrt{550{,}79} \\ &\approx 23{,}47 \text{ cm} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} d^2 &= e^2 + f^2 - 2ef\cos D \\ (\text{m}\ \overline{EF})^2 &= 8{,}7^2 + 3{,}6^2 - 2(8{,}7)(3{,}6)\cos 26° \\ \text{m}\ \overline{EF} &= \sqrt{8{,}7^2 + 3{,}6^2 - 2(8{,}7)(3{,}6)\cos 26°} \\ &\approx \sqrt{32{,}35} \\ &\approx 5{,}69 \text{ m} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} i^2 &= g^2 + h^2 - 2gh\cos I \\ (\text{m}\ \overline{GH})^2 &= 12^2 + 9^2 - 2(12)(9)\cos 23° \\ \text{m}\ \overline{GH} &= \sqrt{12^2 + 9^2 - 2(12)(9)\cos 23°} \\ &\approx \sqrt{26{,}17} \\ &\approx 5{,}12 \text{ cm} \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} l^2 &= j^2 + k^2 - 2jk\cos L \\ (\text{m}\ \overline{JK})^2 &= 7{,}7^2 + 7{,}7^2 - 2(7{,}7)(7{,}7)\cos 21° \\ \text{m}\ \overline{JK} &= \sqrt{7{,}7^2 + 7{,}7^2 - 2(7{,}7)(7{,}7)\cos 21°} \\ &\approx \sqrt{7{,}88} \\ &\approx 2{,}81 \text{ dm} \end{aligned}$$

2. a)

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos B \\ 18^2 &= 16^2 + 7^2 - 2(16)(7)\cos B \\ 324 &= 305 - 224\cos B \\ 19 &= {}^-224\cos B \\ \cos B &= {}^-\frac{19}{224} \\ \text{m}\angle B &= \cos^{-1}\left({}^-\frac{19}{224}\right) \\ &\approx 94{,}87° \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} d^2 &= e^2 + f^2 - 2ef\cos D \\ 31{,}3^2 &= 29{,}5^2 + 38{,}4^2 - 2(29{,}5)(38{,}4)\cos D \\ 979{,}69 &= 2344{,}81 - 2265{,}6\cos D \\ {}^-1365{,}12 &= {}^-2265{,}6\cos D \\ \cos D &= \frac{1365{,}12}{2265{,}6} \\ \text{m}\angle D &= \cos^{-1}\left(\frac{1365{,}12}{2265{,}6}\right) \\ &\approx 52{,}95° \end{aligned}$$

Page 67

c)

$$\begin{aligned} h^2 &= g^2 + i^2 - 2gi\cos H \\ 8{,}18^2 &= 4{,}09^2 + 6{,}65^2 - 2(4{,}09)(6{,}65)\cos H \\ 66{,}9124 &= 60{,}9506 - 54{,}397\cos H \\ 5{,}9618 &= {}^-54{,}397\cos H \\ \cos H &= {}^-\frac{5{,}9618}{54{,}397} \\ \text{m}\angle H &= \cos^{-1}\left({}^-\frac{5{,}9618}{54{,}397}\right) \\ &\approx 96{,}29° \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} l^2 &= j^2 + k^2 - 2jk\cos L \\ 4{,}3^2 &= 5{,}46^2 + 7{,}78^2 - 2(5{,}46)(7{,}78)\cos L \\ 18{,}49 &= 90{,}34 - 84{,}9576\cos L \\ {}^-71{,}85 &= {}^-84{,}9576\cos L \\ \cos L &= {}^-\frac{71{,}85}{84{,}9576} \\ \text{m}\angle L &= \cos^{-1}\left({}^-\frac{71{,}85}{84{,}9576}\right) \\ &\approx 32{,}25° \end{aligned}$$

3. a) Mesure du segment AC :

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos B \\ (\text{m}\ \overline{AC})^2 &= 10^2 + 7^2 - 2(10)(7)\cos 35° \\ \text{m}\ \overline{AC} &= \sqrt{10^2 + 7^2 - 2(10)(7)\cos 35°} \\ &\approx \sqrt{34{,}32} \\ &\approx 5{,}86 \text{ cm} \end{aligned}$$

Mesure de l'angle A :

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos A \\ 10^2 &\approx 5{,}86^2 + 7^2 - 2(5{,}86)(7)\cos A \\ 100 &\approx 83{,}32 - 82{,}02\cos A \\ 16{,}68 &\approx {}^-82{,}02\cos A \\ \cos A &\approx {}^-\frac{16{,}68}{82{,}02} \\ \text{m}\angle A &\approx \cos^{-1}\left({}^-\frac{16{,}68}{82{,}02}\right) \\ &\approx 101{,}74° \end{aligned}$$

Mesure de l'angle C :

$$\begin{aligned} \text{m}\angle C &\approx 180° - (35° + 101{,}74°) \\ &\approx 43{,}26° \end{aligned}$$

b) Mesure de l'angle E :

$$\begin{aligned} e^2 &= d^2 + f^2 - 2df\cos E \\ 9^2 &= 7^2 + 5^2 - 2(7)(5)\cos E \\ 81 &= 74 - 70\cos E \\ 7 &= {}^-70\cos E \\ \cos E &= {}^-\frac{7}{70} = {}^-\frac{1}{10} \\ \text{m}\angle E &= \cos^{-1}\left({}^-\frac{1}{10}\right) \\ &\approx 95{,}74° \end{aligned}$$

Mesure de l'angle F :

$$\begin{aligned} f^2 &= d^2 + e^2 - 2de\cos F \\ 5^2 &= 7^2 + 9^2 - 2(7)(9)\cos F \\ 25 &= 130 - 126\cos F \\ {}^-105 &= {}^-126\cos F \\ \cos F &= \frac{105}{126} = \frac{5}{6} \\ \text{m}\angle F &= \cos^{-1}\left(\frac{5}{6}\right) \\ &\approx 33{,}56° \end{aligned}$$

Mesure de l'angle D :

$$\begin{aligned} \text{m}\angle D &\approx 180° - (95{,}74° + 33{,}56°) \\ &\approx 50{,}7° \end{aligned}$$

Page 68

4. $(\text{m }\overline{BE})^2 = (\text{m }\overline{AE})^2 + (\text{m }\overline{AB})^2 - 2(\text{m }\overline{AE})(\text{m }\overline{AB})\cos\angle BAE$

$(\text{m }\overline{BE})^2 = 8^2 + 6^2 - 2(8)(6)\cos 40°$

$\text{m }\overline{BE} = \sqrt{8^2 + 6^2 - 2(8)(6)\cos 40°}$

$\approx \sqrt{26{,}46}$

$\approx 5{,}14 \text{ cm}$

$\dfrac{\text{m }\overline{CE}}{\sin\angle CBE} = \dfrac{\text{m }\overline{BE}}{\sin\angle BCE}$

$\dfrac{\text{m }\overline{CE}}{\sin 45°} \approx \dfrac{5{,}14}{\sin 50°}$

$\text{m }\overline{CE} \approx \dfrac{5{,}14 \sin 45°}{\sin 50°}$

$\approx 4{,}75 \text{ cm}$

$\cos\angle CED = \dfrac{\text{m }\overline{CE}}{\text{m }\overline{DE}}$

$\cos 18° \approx \dfrac{4{,}75}{\text{m }\overline{DE}}$

$\text{m }\overline{DE} \approx \dfrac{4{,}75}{\cos 18°}$

$\approx 4{,}99 \text{ cm}$

La mesure du segment DE est d'environ 4,99 cm.

5. $A = \dfrac{ef\sin D}{2}$

$2{,}65 = \dfrac{2{,}29(2{,}34)\sin D}{2}$

$\sin D = \dfrac{5{,}3}{5{,}3586}$

$\text{m}\angle D = \sin^{-1}\left(\dfrac{5{,}3}{5{,}3586}\right)$

$\approx 81{,}52° \text{ ou } 98{,}48°$

1) Si $\text{m}\angle D \approx 81{,}52°$:

$d^2 = e^2 + f^2 + 2ef\cos D$

$(\text{m }\overline{EF})^2 \approx 2{,}29^2 + 2{,}34^2 - 2(2{,}29)(2{,}34)\cos 81{,}52°$

$\text{m }\overline{EF} = \sqrt{2{,}29^2 + 2{,}34^2 - 2(2{,}29)(2{,}34)\cos 81{,}52°}$

$\approx \sqrt{9{,}14}$

$\approx 3{,}02 \text{ cm}$

$\dfrac{d}{\sin D} = \dfrac{e}{\sin E}$

$\dfrac{3{,}02}{\sin 81{,}52°} \approx \dfrac{2{,}29}{\sin E}$

$\text{m}\angle E \approx \sin^{-1}\left(\dfrac{2{,}29\sin 81{,}52°}{3{,}02}\right)$

$\approx 48{,}52°$

(L'angle E ne peut pas être obtus.)

2) Si $\text{m}\angle D \approx 98{,}48°$:

$d^2 = e^2 + f^2 + 2ef\cos D$

$(\text{m }\overline{EF})^2 \approx 2{,}34^2 + 2{,}29^2 - 2(2{,}34)(2{,}29)\cos 98{,}48°$

$\text{m }\overline{EF} = \sqrt{2{,}34^2 + 2{,}29^2 - 2(2{,}34)(2{,}29)\cos 98{,}48°}$

$\approx \sqrt{12{,}3}$

$\approx 3{,}51 \text{ cm}$

$\dfrac{d}{\sin D} = \dfrac{e}{\sin E}$

$\dfrac{3{,}51}{\sin 98{,}48°} \approx \dfrac{2{,}29}{\sin E}$

$\text{m}\angle E \approx \sin^{-1}\left(\dfrac{2{,}29\sin 98{,}48°}{3{,}51}\right)$

$\approx 40{,}23°$

(L'angle E ne peut pas être obtus.)

Réponse : L'angle E mesure environ 48,52° ou environ 40,23°.

Page 69

6. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$(\text{m }\overline{BC})^2 = 15^2 + 10^2 - 2(15)(10)\cos 25°$

$\text{m }\overline{BC} = \sqrt{15^2 + 10^2 - 2(15)(10)\cos 25°}$

$\approx \sqrt{53{,}11}$

$\approx 7{,}29 \text{ m}$

Réponse : La distance entre les deux skieurs est d'environ 7,29 m.

7. Le plus petit angle est l'angle B, car il est opposé au plus petit côté du triangle.

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

$26{,}52^2 = 57{,}91^2 + 52{,}73^2 - 2(57{,}91)(52{,}73)\cos B$

$703{,}31 \approx 6134{,}02 - 6107{,}19\cos B$

$-5430{,}71 \approx -6107{,}19\cos B$

$\cos B \approx \dfrac{5430{,}71}{6107{,}19}$

$\text{m}\angle B \approx \cos^{-1}\left(\dfrac{5430{,}71}{6107{,}19}\right)$

$\approx 27{,}22°$

Réponse : La mesure du plus petit angle de ce triangle est d'environ 27,22°.

8. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$(\text{m }\overline{BC})^2 = 4{,}5^2 + 3{,}2^2 - 2(4{,}5)(3{,}2)\cos 20°$

$\text{m }\overline{BC} = \sqrt{4{,}5^2 + 3{,}2^2 - 2(4{,}5)(3{,}2)\cos 20°}$

$\approx \sqrt{3{,}43}$

$\approx 1{,}85 \text{ km}$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\angle ABC$

$4{,}5^2 \approx 1{,}85^2 + 3{,}2^2 - 2(1{,}85)(3{,}2)\cos\angle ABC$

$20{,}25 \approx 13{,}67 - 11{,}85\cos B$

$6{,}58 \approx -11{,}85\cos\angle ABC$

$\cos\angle ABC \approx -\dfrac{6{,}58}{11{,}85}$

$\text{m}\angle ABC \approx \cos^{-1}\left(-\dfrac{6{,}58}{11{,}85}\right)$

$\approx 123{,}76°$

$\text{m}\angle DBC \approx 180° - 123{,}76°$

$\approx 56{,}24°$

Réponse : Elle doit virer d'environ 56,24° vers la droite.

SECTION 2.2 Lignes, figures et solides équivalents

Page 71

1. ① - Ⓒ, ② - Ⓐ, ③ - Ⓑ

2. ① - Ⓒ, ② - Ⓑ, ③ - Ⓐ

3. Aire du disque :
$A = \pi r^2$
$= \pi \times 18^2$
$\approx 1017{,}88 \text{ km}^2$

Mesure d'un côté du carré :
$A = c^2$
$1017{,}88 \approx c^2$
$c \approx 31{,}9 \text{ km}$

Périmètre du carré :
$P \approx 4 \times 31{,}9$
$\approx 127{,}62 \text{ km}$

Page 72

4. a) $A_{\text{octogone}} = \dfrac{P \times a}{2}$
$= \dfrac{12 \times 8 \times 14{,}5}{2}$
$= 696 \text{ cm}^2$

$A_{\text{carré}} = c^2$
$696 = x^2$
$x = \sqrt{696}$
$\approx 26{,}38 \text{ cm}$

b) $A_{\text{losange}} = \dfrac{D \times d}{2}$
$= \dfrac{8 \times 4}{2}$
$= 16 \text{ cm}^2$

$A_{\text{triangle}} = \dfrac{b \times h}{2}$
$16 = \dfrac{x \times 3}{2}$
$x = 10{,}\overline{6} \text{ cm}$
$\approx 10{,}67 \text{ cm}$

5. c)

6. Mesure de l'angle C :
$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$
$\dfrac{5}{\sin 22°} = \dfrac{12}{\sin B}$
$m\angle B \approx \sin^{-1}\left(\dfrac{12 \sin 22°}{5}\right)$
$\approx 64{,}03°$

$m\angle C \approx 180° - (22° + 64{,}03°)$
$\approx 93{,}97°$

Aire du triangle :
$A = \dfrac{ab \sin C}{2}$
$\approx \dfrac{5(12) \sin 93{,}97°}{2}$
$\approx 29{,}93 \text{ cm}^2$

Mesure d'un côté du carré :
$A = c^2$
$29{,}93 \approx c^2$
$c \approx 5{,}47 \text{ cm}$

La mesure d'un côté de ce carré est d'environ 5,47 cm.

Page 73

7. a) $V_{\text{prisme}} = A_B \times h$
$= \dfrac{P \times a}{2} \times h$
$= \dfrac{14 \times 6 \times 12{,}12}{2} \times 10$
$= 5090{,}4 \text{ dm}^3$

$V_{\text{prisme}} = A_B \times h$
$= \dfrac{b \times h}{2} \times h$
$5090{,}4 = \dfrac{22 \times 16}{2} \times x$
$x \approx 28{,}92 \text{ dm}$

b) $V_{\text{boule}} = \dfrac{4\pi r^3}{3}$
$= \dfrac{4 \times \pi \times 6^3}{3}$
$= 288\pi \text{ cm}^3$

$V_{\text{cône}} = \dfrac{A_B \times h}{3}$
$288\pi = \dfrac{\pi x^2 \times 6}{3}$
$x^2 = 144$
$x = \sqrt{144}$
$= 12 \text{ cm}$

8. Aire de la base du prisme :
$p = \dfrac{a + b + c}{2}$
$= \dfrac{5 + 7{,}6 + 10}{2}$
$= 11{,}3 \text{ dm}$
$A = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$
$= \sqrt{11{,}3(11{,}3 - 5)(11{,}3 - 7{,}6)(11{,}3 - 10)}$
$\approx 18{,}5 \text{ dm}^2$

Volume du prisme :
$V = A_B \times h$
$\approx 18{,}5 \times 2{,}24$
$\approx 41{,}45 \text{ dm}^3$

Volume du cube :
$V = c^3$
$41{,}45 \approx c^3$
$c \approx \sqrt[3]{41{,}45}$
$\approx 3{,}46 \text{ dm}$

Une arête d'un cube équivalent au prisme mesure environ 3,46 dm.

Page 74

9. a) $V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h$
$V_{\text{boule}} = \dfrac{4\pi r^3}{3}$
$\dfrac{4\pi r^3}{3} = \pi r^2 h$
$r^3 = \dfrac{3\pi r^2 h}{4\pi}$
$r = \dfrac{3}{4}h$

$A_{\text{boule}} = 4\pi r^2$
$= 4\pi\left(\dfrac{3}{4}h\right)^2$
$= \dfrac{9}{4}\pi h^2$

b) $V_{\text{cube}} = c^3$
$V_{\text{boule}} = \dfrac{4\pi r^3}{3}$
$\dfrac{4\pi r^3}{3} = c^3$
$r^3 = \dfrac{3c^3}{4\pi}$
$r = \sqrt[3]{\dfrac{3}{4\pi}}\,c$

$A_{\text{boule}} = 4\pi r^2$
$= 4\pi\left(\sqrt[3]{\dfrac{3}{4\pi}}\,c\right)^2$
$= 4\pi\left(\dfrac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} c^2$

10. $V_{prisme} = A_B \times h$
$= \frac{P \times a}{2} \times h$
$= \frac{3{,}5 \times 8 \times 4{,}22}{2} \times 9$
$= 531{,}72 \text{ cm}^3$

$V_{cône} = \frac{A_B \times h}{3}$
$= \frac{\pi r^2 h}{3}$
$531{,}72 = \frac{\pi r^2 \times 10}{3}$
$r^2 \approx 50{,}78$
$r \approx \sqrt{50{,}78}$
$\approx 7{,}13 \text{ cm}$

Réponse : Le rayon de la base de la partie conique du premier verre est d'environ 7,13 cm.

SECTION 2.3 Propriétés des figures et des solides équivalents

Page 76

1. a) Le décagone (la figure 6) a le plus petit périmètre et le triangle (la figure 1) a le plus grand périmètre. En effet, de deux polygones réguliers et convexes équivalents, c'est le polygone ayant le plus de côtés qui a le plus petit périmètre.

b) Le triangle (la figure 1) a la plus petite aire et le décagone (la figure 6) a la plus grande aire. En effet, le décagone est le polygone qui se rapproche le plus d'un cercle et, de toutes les lignes fermées équivalentes, c'est le cercle qui délimite la région ayant la plus grande aire.

2. a) La boule (le solide 6) a la plus petite aire totale et le prisme à base triangulaire (le solide 2) a la plus grande aire totale. En effet, de tous les solides équivalents, c'est la boule qui a la plus petite aire totale.

b) Le prisme à base triangulaire (le solide 2) a le plus petit volume et la boule (le solide 6) a le plus grand volume. En effet, de tous les solides ayant la même aire totale, c'est la boule qui a le plus grand volume.

Page 77

3. a) Le modèle de forme cylindrique contient la plus grande quantité de cire puisque l'aire de sa base est la plus grande ; par conséquent, le volume de cette chandelle est aussi plus grand.

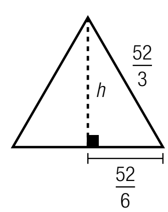
b) Le modèle dont la base est carrée a la plus grande aire latérale puisque le carré a le périmètre (ou la circonférence) le plus grand.

c) Puisque l'emballage fait référence à l'aire totale, le modèle cylindrique, ayant l'aire totale la plus petite pour un même volume, nécessite le moins de papier d'emballage.

4. Elle doit disposer la clôture en forme de triangle équilatéral. Ainsi :

$P = 3c$
$52 = 3c$
$c = 52 \div 3$
$= \frac{52}{3} \text{ m}$
$h = \sqrt{\left(\frac{52}{3}\right)^2 - \left(\frac{52}{6}\right)^2}$
$\approx 15{,}01 \text{ m}$

Aire de l'enclos :
$A = \frac{b \times h}{2}$
$\approx \frac{\frac{52}{3} \times 15{,}01}{2}$
$\approx 130{,}1 \text{ m}^2$



Réponse : La superficie minimale de l'enclos est d'environ 130,1 m².

Page 78

5. a) La disposition de six bouteilles par six bouteilles nécessite le moins d'emballage, car la base du polygone formé est un carré et, pour des aires équivalentes, le carré est le polygone régulier dont le périmètre est le plus petit.

b) Volume total des bouteilles :
$600 \times 36 = 21\,600$ ml, soit $21\,600 \text{ cm}^3$

Volume de l'emballage à base carrée :
$3{,}2 \times 12 = 38{,}4$ cm

$A_B = 38{,}4 \times 38{,}4$
$= 1474{,}56 \text{ cm}^2$

$V_{boîte} = 1474{,}56 \times 22{,}2$
$\approx 32\,735{,}23 \text{ cm}^3$

Volume inoccupé :
$32\,735{,}23 - 21\,600 \approx 11\,135{,}23 \text{ cm}^3$

Réponse : Le volume inoccupé est d'environ 11 135,23 cm³.

6. **a)** Volume de la boule :
$V_{\text{boule}} = \frac{4\pi r^3}{3}$

Volume du cylindre :
$V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h$
$= \pi r^2 \times 2r$
$= 2\pi r^3$

Volume des deux tiers du cylindre :
$\frac{2}{3} \times 2\pi r^3 = \frac{4\pi r^3}{3}$

Réponse : Le volume de la boule correspond bien aux deux tiers du volume du cylindre circulaire droit qui la contient.

b) Aire de la boule :
$A_{\text{boule}} = 4\pi r^2$

Aire latérale du cylindre :
$A_{\text{cylindre}} = 2\pi rh$
$= 2\pi r \times 2r$
$= 4\pi r^2$

Réponse : L'aire de la boule est bien équivalente à l'aire latérale du cylindre qui la contient.

Page 79

7. **a)** L'emballage fait référence à l'aire totale. On doit donc former un prisme rectangulaire droit dont l'aire totale est la plus petite. Ce prisme doit s'approcher le plus possible d'un cube, il faut donc faire deux piles de trois boîtes côte à côte.

b) $A_T = P_B \times h + 2 \times A_B$
$= 2 \times (22 + 22) \times 21 + 2 \times 22 \times 22$
$= 2816\ \text{cm}^2$

Réponse : La quantité minimale de pellicule plastique est de 2816 cm^2.

8. **a)** De toutes les lignes fermées équivalentes, le cercle délimite la région ayant la plus grande aire. Le fermier doit donc disposer sa clôture en forme de cercle.

b) $A_{\text{carré}} = c^2$
$144 = c^2$
$c = 12\ \text{m}$

$P_{\text{carré}} = 4c$
$= 48\ \text{m}$

$C_{\text{cercle}} = 2\pi r$
$48 = 2\pi r$
$r \approx 7{,}64\ \text{m}$

$A_{\text{disque}} = \pi r^2$
$\approx \pi \times 7{,}64^2$
$\approx 183{,}35\ \text{m}^2$

Réponse : L'aire de l'enclos réaménagé est d'environ 183,35 m^2.

c) $183{,}347 \div 144 \approx 1{,}27$

Réponse : L'enclos réaménagé est environ 1,27 fois plus grand que l'enclos carré.

Page 80

9. **a)** Puisque les trois boîtes ont la même hauteur et le même volume, leurs bases sont donc équivalentes. La boîte qui requiert la moins grande quantité de carton sera donc celle dont l'aire latérale est la plus petite. Les boîtes ayant toutes la même hauteur, celle ayant la plus petite aire latérale est celle dont le périmètre (ou la circonférence) de la base est le plus petit. Donc, de toutes les figures planes équivalentes, c'est le disque dont le périmètre (ou la circonférence) est le plus petit. Ainsi, c'est la fabrication de la boîte en forme de cylindre circulaire droit qui requiert la moins grande quantité de carton.

b) $V = \pi r^2 h$
$2500 = \pi r^2 \times 20$
$\pi r^2 = 125\ \text{cm}^2$
$r \approx 6{,}31\ \text{cm}$

$A_T = 2\pi rh + 2\pi r^2$
$\approx 2\pi \times 6{,}31 \times 20 + 2 \times 125$
$\approx 1042{,}67\ \text{cm}^2$

Réponse : L'aire de la surface extérieure de la boîte est d'environ 1042,67 cm^2.

c) Il faut calculer la différence entre l'aire de la boîte en forme de prisme droit à base rectangulaire et l'aire de celle en forme de cylindre circulaire droit.

Aire totale de la boîte en forme de prisme droit à base rectangulaire :
$A_T = P_B \times h + 2 \times A_B$
$= 2(25 + 5) \times 20 + 2 \times 25 \times 5$
$= 1200 + 250$
$= 1450\ \text{cm}^2$

Différence entre les aires :
$A_{\text{prisme}} - A_{\text{cylindre}} \approx 1450 - 1042{,}67$
$\approx 407{,}33\ \text{cm}^2$

Réponse : La différence est d'environ 407,33 cm^2.

Page 81

10. De toutes les lignes fermées équivalentes, le cercle délimite la région ayant la plus grande aire. Donc le boudin doit être déployé de façon à former un cercle de 2 km de circonférence.

$2\ \text{km} = 2000\ \text{m}$
$15\ \text{cm} = 0{,}15\ \text{m}$

$C_{\text{cercle}} = 2\pi r$
$2000 = 2\pi r$
$r \approx 318{,}31\ \text{m}$

$V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h$
$\approx \pi \times 318{,}31^2 \times 0{,}15$
$\approx 47\,746{,}48\ \text{m}^3$

Réponse : La quantité maximale d'hydrocarbures contenue par un boudin de 2 km de long est d'environ 47 746,48 m^3.

11. De tous les solides équivalents, la boule a la plus petite aire totale. Donc, les sachets individuels doivent avoir la forme d'une boule ayant un volume de 100 cm³.

$$V_{\text{boule}} = \frac{4\pi r^3}{3}$$
$$100 = \frac{4\pi r^3}{3}$$
$$r \approx 2{,}88 \text{ cm}$$

$$A_{\text{sphère}} = 4\pi r^2 \approx 4 \times \pi \times 2{,}88^2 \approx 104{,}19 \text{ cm}^2$$

$$A_T \approx 25 \times 104{,}19 \approx 2604{,}7 \text{ cm}^2$$

Réponse : L'aire minimale de la surface de plastique soluble permettant d'emballer 2,5 L de détersif est d'environ 2604,7 cm².

Page 82

12. a) Puisque les deux contenants ont la même hauteur et le même volume, l'aire de leurs bases est égale. Puisque l'aire des bases des deux contenants est égale, c'est le contenant dont l'aire latérale est la plus petite qui a la plus petite aire totale. Puisque les deux contenants ont la même hauteur, c'est celui dont le périmètre (ou la circonférence) est le plus petit qui a la plus petite aire latérale. Puisque la circonférence d'un cercle est inférieure au périmètre du carré qui lui est équivalent, le contenant en forme de cylindre circulaire droit nécessite la plus petite surface de carton ciré.

b) 1 L = 1000 ml = 1000 cm³

Contenant en forme de prisme :

$$V_{\text{prisme}} = A_B \times h$$
$$1000 = A_B \times 25$$
$$A_B = 40 \text{ cm}^2$$

$$A_B = c^2$$
$$40 = c^2$$
$$c \approx 6{,}32 \text{ cm}$$

Aire totale du prisme droit à base rectangulaire mesurant environ $3 \times 6{,}32 \approx 18{,}97$ cm sur environ $4 \times 6{,}32 \approx 25{,}3$ cm sur 25 cm :

$$A_T = P_B \times h + 2 \times A_B \approx 2(18{,}97 + 25{,}3) \times 25 + 2(18{,}97 \times 25{,}3) \approx 3173{,}59 \text{ cm}^2$$

Contenant en forme de cylindre :

$$V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h$$
$$1000 = \pi r^2 \times 25$$
$$\pi r^2 = 40$$
$$r \approx 3{,}57 \text{ cm}$$

$$D \approx 2 \times r \approx 2 \times 3{,}57 \approx 7{,}14 \text{ cm}$$

Aire totale du prisme droit à base rectangulaire mesurant environ $3 \times 7{,}14 \approx 21{,}41$ cm sur environ $4 \times 7{,}14 \approx 28{,}54$ cm sur 25 cm :

$$A_T = P_B \times h + 2 \times A_B \approx 2(21{,}41 + 28{,}54) \times 25 + 2(21{,}41 \times 28{,}54) \approx 3720{,}08 \text{ cm}^2$$

Réponse : Une caisse permettant d'emballer 12 contenants en forme de prisme requiert environ 3173,59 cm² de carton et une caisse permettant d'emballer 12 contenants en forme de cylindre requiert environ 3720,08 cm² de carton.

c) **1)** Le modèle de contenant en forme de cylindre circulaire droit requiert la plus petite surface de carton ciré pour sa fabrication.

2) La caisse servant à emballer 12 contenants en forme de prisme droit à base carrée requiert une plus petite surface de carton que celle pour emballer les cylindres.

MÉLI-MÉLO

Page 83

1. 1-C, 2-A, 3-B

2. La boule est le solide qui offre le meilleur rapport volume/aire totale.

3. a)

$$V_{\text{prisme 1}} = A_B \times h = \frac{b \times h}{2} \times h = \frac{10 \times 3}{2} \times 19 = 285 \text{ mm}^3$$

$$V_{\text{prisme 2}} = A_B \times h = \frac{P \times a}{2} \times h$$
$$285 = \frac{8 \times 6 \times 6{,}93}{2} x$$
$$x \approx 1{,}71 \text{ mm}$$

b)

$$V_{\text{cylindre 2}} = \pi r^2 h = \pi \times 6^2 \times 12 = 432\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cylindre 1}} = \pi r^2 h$$
$$432\pi = \pi 4^2 x$$
$$x = 27 \text{ cm}$$

Page 84

4. a)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$
$$m\,\overline{AB} = \sqrt{5^2 + 8^2 - 2(5)(8)\cos 100°} \approx \sqrt{102{,}89} \approx 10{,}14 \text{ cm}$$

b)

$$d^2 = e^2 + f^2 - 2ef\cos D$$
$$40{,}7^2 = 38{,}4^2 + 49{,}9^2 - 2(38{,}4)(49{,}9)\cos D$$
$$\cos D = \frac{2308{,}08}{3832{,}32}$$
$$m\angle D = \cos^{-1}\left(\frac{2308{,}08}{3832{,}32}\right) \approx 52{,}97°$$

c)
$$g^2 = h^2 + i^2 - 2hi\cos G$$
$$3{,}4^2 = 5{,}7^2 + 3{,}7^2 - 2(5{,}7)(3{,}7)\cos G$$
$$\cos G = \frac{34{,}62}{42{,}18}$$
$$m\angle G = \cos^{-1}\left(\frac{34{,}62}{42{,}18}\right) \approx 34{,}84°$$

d)
$$j^2 = k^2 + l^2 - 2kl\cos J$$
$$m\,\overline{KL} = \sqrt{5{,}6^2 + 4{,}8^2 - 2(5{,}6)(4{,}8)\cos 70°} \approx \sqrt{36{,}01} \approx 6 \text{ cm}$$

5.
$$A_{\text{boule}} = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4 \times \pi \times 6^3}{3} = 288\pi \text{ dm}^3$$
$$V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h$$
$$288\pi = \pi \times r^2 \times 18$$
$$r = 4 \text{ dm}$$

Le rayon du cylindre circulaire droit mesure 4 dm.

Page 85

6. Aire du triangle ABC :
$$A = \frac{bc\sin A}{2} = \frac{10(11)\sin 94°}{2} \approx 54{,}87 \text{ cm}^2$$

Mesure de l'angle F :
$$A = \frac{de\sin F}{2}$$
$$54{,}87 \approx \frac{12{,}5(9{,}5)\sin F}{2}$$
$$\sin F \approx \frac{2 \times 54{,}87}{12{,}5 \times 9{,}5}$$
$$m\angle F \approx \sin^{-1}\left(\frac{2 \times 54{,}87}{12{,}5 \times 9{,}5}\right) \approx 67{,}53°$$

Mesure du côté DE :
$$f^2 = d^2 + e^2 - 2de\cos F$$
$$m\,\overline{DE} \approx \sqrt{12{,}5^2 + 9{,}5^2 - 2(12{,}5)(9{,}5)\cos 67{,}53°} \approx 12{,}48 \text{ cm}$$

Le côté DE du triangle DEF mesure environ 12,48 cm.

7. a) Mesure de l'angle A :
$$61^2 = 42^2 + 76^2 - 2(42)(76)\cos A$$
$$\cos A = \frac{3819}{6384}$$
$$m\angle A = \cos^{-1}\left(\frac{3819}{6384}\right) \approx 53{,}26°$$

Mesure de l'angle B :
$$76^2 = 42^2 + 61^2 - 2(42)(61)\cos B$$
$$\cos B = -\frac{291}{5124} = -\frac{97}{1708}$$
$$m\angle B = \cos^{-1}\left(-\frac{97}{1708}\right) \approx 93{,}26°$$

Mesure de l'angle C :
$$m\angle C \approx 180° - (53{,}26° + 93{,}26°) \approx 33{,}49°$$

b) Mesure de l'angle D :
$$8{,}4^2 = 5{,}5^2 + 9{,}4^2 - 2(5{,}5)(9{,}4)\cos D$$
$$\cos D = \frac{48{,}05}{103{,}4}$$
$$m\angle D = \cos^{-1}\left(\frac{48{,}05}{103{,}4}\right) \approx 62{,}31°$$

Mesure de l'angle E :
$$9{,}4^2 = 5{,}5^2 + 8{,}4^2 - 2(5{,}5)(8{,}4)\cos E$$
$$\cos E = \frac{12{,}45}{92{,}4}$$
$$m\angle E = \cos^{-1}\left(\frac{12{,}45}{92{,}4}\right) \approx 82{,}26°$$

Mesure de l'angle F :
$$m\angle F \approx 180° - (62{,}31° + 82{,}26°) \approx 35{,}43°$$

Page 86

8. Soit r_1, le rayon de la boule, et r_2, le rayon de la base du cylindre circulaire droit.
$$\frac{4}{3}\pi r_1^3 = 4\pi r_2^2$$

Soit $2r_1$, le double du rayon de la boule.
$$\frac{4}{3}\pi(2r_1)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 2^3 r_1^3 = \frac{4}{3}\pi \times 8r_1^3 = 8 \times \frac{4}{3}\pi r_1^3 = 8 \times \pi r_2^2 h = \pi r_2^2 \times 8h$$

Dans la formule du volume de la boule, le rayon est affecté de l'exposant 3. Par conséquent, pour que les deux solides soient équivalents, la hauteur du cylindre doit être multipliée par 8, soit 2^3.

9.
$$V_{\text{prisme}} = A_B \times h = 26{,}1 \times 21 \times 9 = 4932{,}9 \text{ cm}^3$$
$$V_{\text{cube}} = c^3 = 18^3 = 5832 \text{ cm}^3$$

Réponse : La fournisseuse a tort, car les deux modèles de boîtes n'ont pas le même volume, et ne sont donc pas équivalents.

10.
$$m\angle ABC = 180° - (65° + 60°) = 55°$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$m\,\overline{AC} = \sqrt{32^2 + 25^2 - 2(32)(25)\cos 55°} \approx \sqrt{731{,}28} \approx 27{,}04 \text{ m}$$

Réponse : La distance qui sépare les points A et C est d'environ 27,04 m.

Page 87

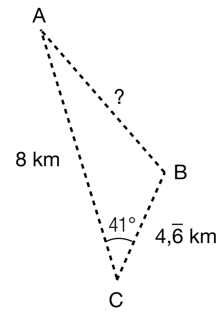
11. $40 \text{ min} = \frac{2}{3}\text{h}$

Distance parcourue par le premier bateau :

$12 \text{ km/h} \times \frac{2}{3}\text{h} = 8 \text{ km}$

Distance parcourue par le deuxième bateau :

$7 \text{ km/h} \times \frac{2}{3}\text{h} = 4,\overline{6} \text{ km}$



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$
$$m\,\overline{AB} = \sqrt{4,\overline{6}^2 + 8^2 - 2(4,\overline{6})(8)\cos 41°}$$
$$\approx \sqrt{29,43}$$
$$\approx 5,42 \text{ km}$$

Réponse : La distance entre les deux bateaux est d'environ 5,42 km.

12.
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$70^2 = 138^2 + 175^2 - 2(138)(175)\cos A$$
$$\cos A = \frac{44\,769}{48\,300}$$
$$= \frac{14\,923}{16\,100}$$
$$m\angle A = \cos^{-1}\left(\frac{14\,923}{16\,100}\right)$$
$$\approx 22,04°$$

Réponse : La balle a dévié d'environ 22,04° par rapport à la trajectoire visée.

13. Volume du bloc A :
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$m\,\overline{AC} = \sqrt{6,7^2 + 5^2 - 2(6,7)(5)\cos 117°}$$
$$\approx \sqrt{100,31}$$
$$\approx 10,02 \text{ dm}$$

$$V_{prisme} = A_B \times h$$
$$\approx \frac{10,02 \times 2,98}{2} \times 7$$
$$\approx 104,46 \text{ dm}^3$$

Hauteur du bloc B :
$$V_{cylindre} = \pi r^2 h$$
$$104,46 \approx \pi \times 3^2 \times h$$
$$h \approx 3,69 \text{ dm}$$

Réponse : La hauteur du bloc B est d'environ 3,69 dm.

Page 88

14. a) Pour placer 512 pots de café dans une caisse cubique, il faut les disposer en huit rangées de huit pots sur huit pots.
$$V = c^3$$
$$= (8 \times 15)^3$$
$$= 1\,728\,000 \text{ cm}^3$$

Réponse : Le volume d'une caisse est de 1 728 000 cm³.

b)
$$A = 6c^2$$
$$= 6 \times (8 \times 15)^2$$
$$= 86\,400 \text{ cm}^2$$

Réponse : L'aire totale d'une caisse est de 86 400 cm².

c) $r = 15 \div 2 = 7,5 \text{ cm}$
$$V_{cylindre} = \pi r^2 h$$
$$= \pi \times 7,5^2 \times 15$$
$$\approx 2650,72 \text{ cm}^3$$

$$V_{cube} = c^3$$
$$2650,72 \approx c^3$$
$$c \approx 13,84 \text{ cm}$$

Réponse : Une arête du pot cubique mesure environ 13,84 cm.

d) 1) Pour placer 512 pots de café dans une caisse cubique, il faut les disposer en huit rangées de huit pots sur huit pots.
$$V = c^3$$
$$\approx (8 \times 13,84)^3$$
$$\approx 1\,357\,168,03 \text{ cm}^3$$

Différence entre les volumes :

$1\,728\,000 - 1\,357\,168,03 \approx 370\,831,97 \text{ cm}^3$

Réponse : La différence entre les volumes est d'environ 370 831,97 cm³.

2)
$$A = 6c^2$$
$$\approx 6 \times (8 \times 13,84)^2$$
$$\approx 73\,548,47 \text{ cm}^2$$

Différence entre les aires :

$86\,400 - 73\,548,47 \approx 12\,851,53 \text{ cm}^2$

Réponse : La différence entre les aires est d'environ 12 851,53 cm².

Page 89

15.
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$m\,\overline{AC} = \sqrt{6,21^2 + 5,8^2 - 2(6,21)(5,8)\cos 108°}$$
$$\approx \sqrt{94,46}$$
$$\approx 9,72 \text{ m}$$

$$A_{triangle} = \frac{ac\sin B}{2}$$
$$= \frac{6,21(5,8)\sin 108°}{2}$$
$$\approx 17,13 \text{ m}^2$$

$$A_{rectangle} = b \times h$$
$$17,13 \approx 9,72 \times h$$
$$h \approx 1,76 \text{ m}$$

$$P_{triangle} \approx 9,72 + 5,8 + 6,21$$
$$\approx 21,73 \text{ m}$$

$$P_{rectangle} \approx (1,76 + 9,72) \times 2$$
$$\approx 22,96 \text{ m}$$

Réponse : Le périmètre du terrain triangulaire est d'environ 21,73 m et celui du terrain rectangulaire est d'environ 22,96 m.

16. Volume de la partie cylindrique du silo :

$V_{cylindre} = \pi r^2 h$
$= \pi \times 2^2 \times 5$
$\approx 62{,}83 \text{ m}^3$

Volume de la partie conique du silo :

$h_{cône} = \sqrt{3^2 - 2^2}$
$\approx 2{,}24 \text{ m}$

$V_{cône} = \frac{\pi r^2 h}{3}$
$\approx \frac{\pi \times 2^2 \times 2{,}24}{3}$
$\approx 9{,}37 \text{ m}^3$

Volume total du silo :

$V_T = V_{cylindre} + V_{cône}$
$\approx 62{,}83 + 9{,}37$
$\approx 72{,}2 \text{ m}^3$

Hauteur de la benne :

$V_{prisme} = A_B \times h$
$72{,}2 \approx 6 \times 2{,}5 \times h$
$h \approx 4{,}81 \text{ m}$

Réponse : Sa hauteur est d'environ 4,81 m.

Page 90

17. Longueur totale du pont actuel :
$957 + 1203 = 2160 \text{ m}$

Longueur du pont s'il était construit en ligne droite entre les piliers d'ancrage A et B :

$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos C$
$\text{m}\,\overline{AB} = \sqrt{1203^2 + 957^2 - 2(1203)(957)\cos 159°}$
$\approx \sqrt{4\,512\,666{,}14}$
$\approx 2124{,}3 \text{ m}$

Différence entre les deux longueurs : $2160 - 2124{,}3 \approx 35{,}7 \text{ m}$

Réponse : Le pont serait plus court d'environ 35,7 m s'il avait été construit en ligne droite entre les piliers d'ancrage A et B.

18. Les trois contenants sont équivalents. Ils ont donc tous un volume de 5 dm³ ou 5000 cm³.

Aire du cylindre de 30 cm de hauteur :

$V_{cylindre} = \pi r^2 h$
$5000 = \pi r^2 \times 30$
$\pi r^2 = 166{,}\overline{6}$
$r \approx 7{,}28 \text{ cm}$

$A_{carton} = 2\pi rh + \pi r^2$
$\approx 2 \times \pi \times 7{,}28 \times 30 + 166{,}\overline{6}$
$\approx 1372{,}94 + 166{,}\overline{6}$
$\approx 1539{,}6 \text{ cm}^2$

Aire du cylindre de 20 cm de hauteur :

$V_{cylindre} = \pi r^2 h$
$5000 = \pi r^2 \times 20$
$\pi r^2 = 250$
$r \approx 8{,}92 \text{ cm}$

$A_{carton} = 2\pi rh + \pi r^2$
$\approx 2 \times \pi \times 8{,}92 \times 20 + 250$
$\approx 1121 + 250$
$\approx 1371 \text{ cm}^2$

Aire du cylindre de 15 cm de hauteur :

$V_{cylindre} = \pi r^2 h$
$5000 = \pi r^2 \times 15$
$\pi r^2 = 333{,}\overline{3}$
$r \approx 10{,}3 \text{ cm}$

$A_{carton} = 2\pi rh + \pi r^2$
$\approx 2 \times \pi \times 10{,}3 \times 15 + 333{,}\overline{3}$
$\approx 970{,}81 + 333{,}\overline{3}$
$\approx 1304{,}15 \text{ cm}^2$

Réponse : Le contenant cylindrique de 15 cm de hauteur requiert la plus petite quantité de carton pour sa fabrication, car son aire est la plus petite.

Pages 91-92

19. Recouvrir une bouchée demande de connaître son aire. Sa forme doit être celle qui, pour un même volume, a la plus petite aire. De tous les solides équivalents, la boule a la plus petite aire. Chaque bouchée doit donc avoir la forme d'une boule ayant un volume équivalent à 2 cuillères à soupe.

Conversion de mesures :
1 cuillère à soupe = 15 ml
2 cuillères à soupe = 30 ml
1 ml = 1 cm³
30 ml = 30 cm³

Volume de la boule :

$V_{boule} = \frac{4\pi r^3}{3}$
$30 = \frac{4\pi r^3}{3}$
$r \approx 1{,}93 \text{ cm}$
$\approx 19{,}28 \text{ mm}$

Aire de la boule :

$A_{boule} = 4\pi r^2$
$\approx 4 \times \pi \times 19{,}28^2$
$\approx 4669{,}08 \text{ mm}^2$

Quantité, Q, de brisures de chocolat nécessaire pour recouvrir une bouchée :
Puisque recouvrir 1 mm² de pâte nécessite 1,2 mg de brisures, on a :

$Q \approx 1{,}2 \times 4669{,}08$
$\approx 5602{,}9 \text{ mg}$
$\approx 5{,}6 \text{ g}$

Nombre, N, de bouchées :
Puisqu'une bouchée est faite de 30 ml de pâte et que la recette en compte 1,5 L, on a :
1,5 L = 1500 ml

$N = 1500 \div 30$
$= 50 \text{ bouchées}$

Quantité totale, Q_T, de brisures de chocolat :

$Q_T \approx 50 \times 5{,}6$
$\approx 280{,}15 \text{ g}$

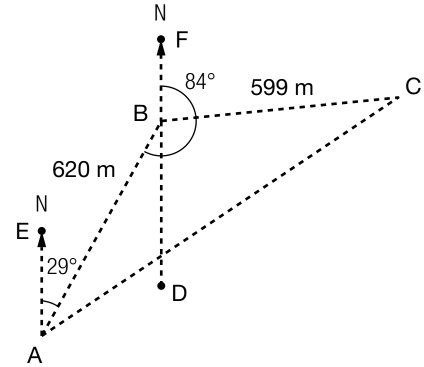
Réponse : La quantité minimale de brisures de chocolat nécessaire pour recouvrir toutes les bouchées est d'environ 280,15 g.

Pages 93-94

20. Pour que la distance parcourue par la coureuse soit minimale, elle doit se déplacer en ligne droite entre les points de contrôle, formant ainsi le triangle ABC.

Mesure de l'angle ABC :

Les angles ABD et BAE sont isométriques, car ils sont alternes-internes et que les droites BD et AE sont parallèles, alors m $\angle$ ABD = 29°.



Les angles CBF et CBD sont supplémentaires.

$$\begin{aligned} \text{m}\angle \text{CBD} &= 180° - 84° \\ &= 96° \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m}\angle \text{ABC} &= 29° + 96° \\ &= 125° \end{aligned}$$

Mesure de la distance AC :

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$\begin{aligned} \text{m}\,\overline{AC} &= \sqrt{599^2 + 620^2 - 2(599)(620)\cos 125°} \\ &\approx \sqrt{1\,169\,230{,}63} \\ &\approx 1081{,}31 \text{ m} \end{aligned}$$

Distance, *D,* minimale parcourue :

$$\begin{aligned} D &\approx 1081{,}31 + 620 + 599 \\ &\approx 2300{,}31 \text{ m} \end{aligned}$$

Réponse : La distance minimale parcourue par cette coureuse est d'environ 2300,31 m.

Pages 95-96

21. Il y a six bouées intermédiaires du départ à la bouée de virage (1), cette distance est donc de 6 × 100 = 600 m.

Il y a neuf bouées intermédiaires de la bouée de virage (2) à l'arrivée, cette distance est donc de 9 × 100 = 900 m.

Distance, *D,* entre les deux bouées de virage :

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{600^2 + 900^2 - 2(600)(900)\cos 73°} \\ &\approx \sqrt{854\,238{,}56} \\ &\approx 924{,}25 \text{ m} \end{aligned}$$

Longueur, *L,* du tracé de cette compétition :

$$\begin{aligned} L &\approx 600 + 924{,}25 + 900 \\ &\approx 2424{,}25 \text{ m} \\ &\approx 2{,}42 \text{ km} \end{aligned}$$

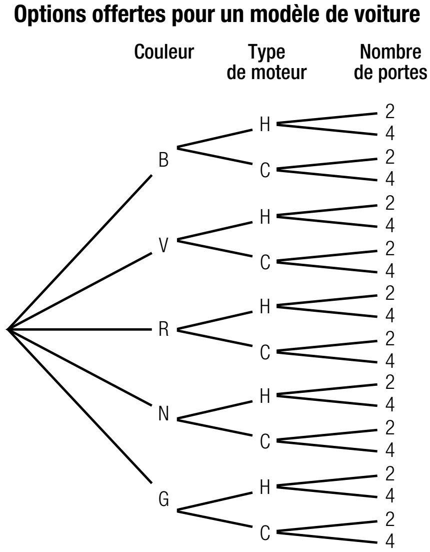
Réponse : La longueur du tracé est d'environ 2,42 km. Cette longueur est inférieure à la longueur minimale réglementaire de 2,5 km pour cette compétition. Le nageur a donc raison.

CHAPITRE 3 > Graphes

RAPPEL Diagramme en arbre et réseau

Page 98

1. a) **Options offertes pour un modèle de voiture**



b) On peut choisir les options pour ce modèle de 5 × 2 × 2 = 20 façons différentes.

c) Ensemble des groupes d'options possibles : {(B, H, 2), (B, H, 4), (B, C, 2), (B, C, 4), (V, H, 2), (V, H, 4), (V, C, 2), (V, C, 4), (R, H, 2), (R, H, 4), (R, C, 2), (R, C, 4), (N, H, 2), (N, H, 4), (N, C, 2), (N, C, 4), (G, H, 2), (G, H, 4), (G, C, 2), (G, C, 4)}

2. **a)** Ce randonneur peut emprunter six parcours différents pour rallier le stationnement et le sommet et le même nombre au retour. Il peut donc emprunter $6 \times 6 = 36$ parcours différents pour faire l'aller-retour.

b) Ensemble des parcours aller-retour : {(1, A, A, 1), (1, A, A, 2), (1, A, A, 3), (1, A, B, 1), (1, A, B, 2), (1, A, B, 3), (1, B, A, 1), (1, B, A, 2), (1, B, A, 3), (1, B, B, 1), (1, B, B, 2), (1, B, B, 3), (2, A, A, 1), (2, A, A, 2), (2, A, A, 3), (2, A, B, 1), (2, A, B, 2), (2, A, B, 3), (2, B, A, 1), (2, B, A, 2), (2, B, A, 3), (2, B, B, 1), (2, B, B, 2), (2, B, B, 3), (3, A, A, 1), (3, A, A, 2), (3, A, A, 3), (3, A, B, 1), (3, A, B, 2), (3, A, B, 3), (3, B, A, 1), (3, B, A, 2), (3, B, A, 3), (3, B, B, 1), (3, B, B, 2), (3, B, B, 3)}

SECTION 3.1 Caractéristiques des graphes et vocabulaire utilisé

Page 101

1. 1 - B, 1 - C, 2 - A, 3 - B

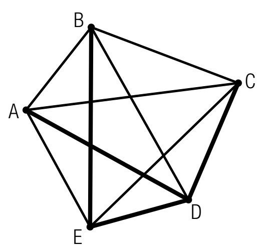
2. **a)** **1)** 4 **2)** A : 2, B : 2, C : 2, D : 0
   b) **1)** 5 **2)** A : 4, B : 1, C : 2, D : 2, E : 1
   c) **1)** 5 **2)** A : 2, B : 2, C : 4, D : 1, E : 1
   d) **1)** 4 **2)** 1 : 1, 2 : 2, 3 : 3, 4 : 2

3. **a)** Vrai. Dans un graphe complet, tous les sommets sont reliés directement entre eux.
   b) Faux. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Un graphe complet d'ordre 4 compte quatre sommets et six arêtes.
   c) Faux. D'autres arêtes peuvent relier ces sommets à d'autres sommets.

Page 102

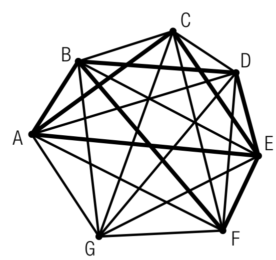
4. **a)** Graphe non connexe. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-E.
   b) Graphe connexe.
   c) Graphe non connexe. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* B-C et D-H.
   d) Graphe non connexe. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-F.

5. **a)**



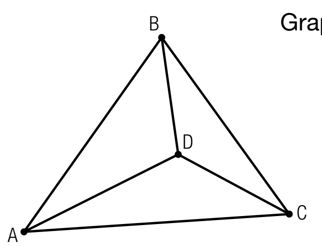
Graphe non complet. Quatre.

b)



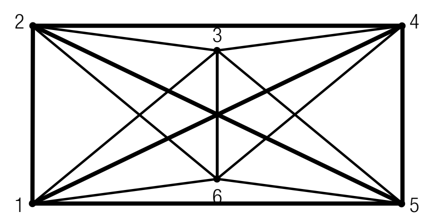
Graphe non complet. Huit.

c)



Graphe complet.

d)

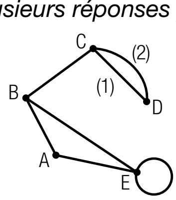


Graphe non complet. Six.

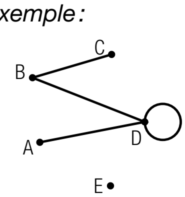
Page 103

6. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

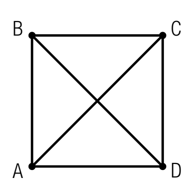
a)



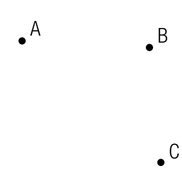
b)



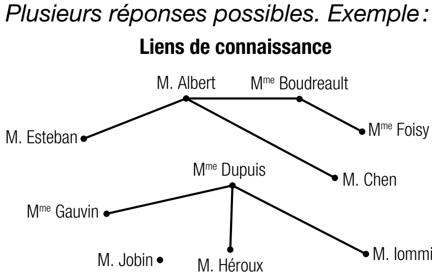
c)



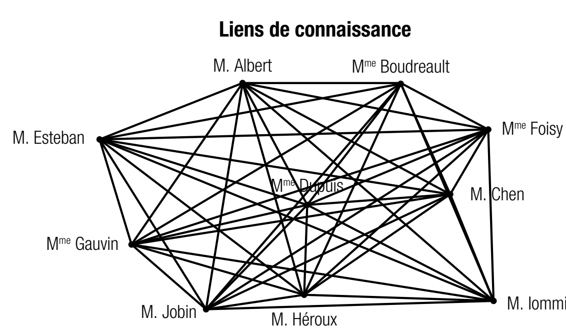
d)



7. **a)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*



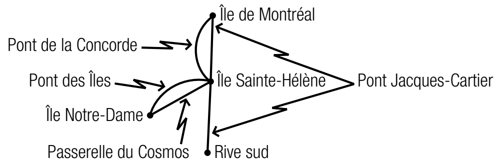
b)



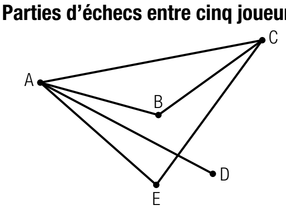
Réponse : Le graphe compterait 38 arêtes de plus.

Page 104

8. **Voies d'accès à l'Île Sainte-Hélène**

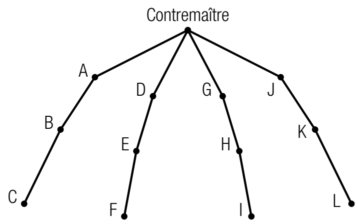


9. **Parties d'échecs entre cinq joueurs**



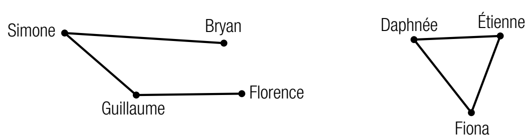
10. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

Structure hiérarchique d'une entreprise



Page 105

11. **Liens téléphoniques dans un groupe de personnes**



Non, ce n'est pas possible, car le graphe qui représente cette situation n'est pas connexe.

12. a) On devra installer un panneau d'arrêt aux intersections A, B, C, D, E et F.

b) Le nombre de panneaux d'arrêt à chaque intersection correspond au degré de chacun des sommets. Pour chacun des sommets, on doit installer :

A : trois panneaux	D : quatre panneaux	F : deux panneaux
B : deux panneaux	E : quatre panneaux	G : aucun panneau
C : deux panneaux		

Nombre total de panneaux d'arrêt : $3 + 2 + 2 + 4 + 4 + 2 = 17$ panneaux d'arrêt

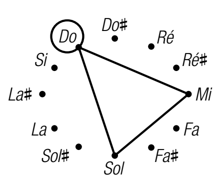
Réponse : Il faudra installer 17 panneaux d'arrêt.

13. a) **1)** Oui. **2)** Oui. **3)** Oui. **4)** Non.

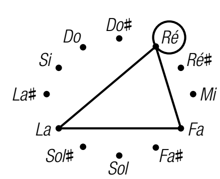
b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
On pourrait ajouter un lien entre le village 11 et le village 4.

Page 106

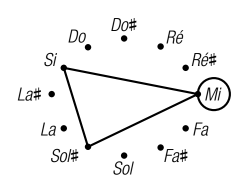
14. a)



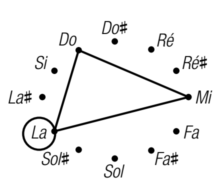
b)



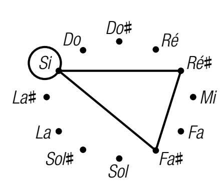
c)



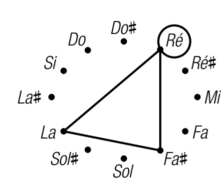
d)



e)



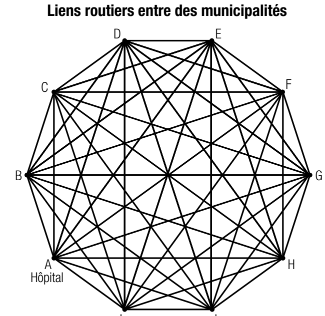
f)



15. a) Les habitants des municipalités C, D et E n'auraient plus accès à l'hôpital.

b) Il faut ajouter 36 arêtes pour que toutes les municipalités soient reliées directement entre elles.

Liens routiers entre des municipalités



c) Un graphe complet.

SECTION 3.2 Chaînes et cycles

Page 109

1. *Plusieurs réponses possibles. Exemples :*

- **a)** **1)** A-C-D-F **2)** d(A, F) = 3 **3)** D-C-B-A-C-D **4)** A-B-C-A
- **b)** **1)** A-C-B-F **2)** d(A, F) = 2 **3)** A-C-B-F-E-A **4)** C-B-A-C
- **c)** **1)** A-E-F **2)** d(A, F) = 1 **3)** C-D-F-E-A-C **4)** B-F-A-B
- **d)** **1)** A-B-C-D-F **2)** d(A, F) = 2 **3)** D-F-E-A-C-D **4)** C-B-A-C
- **e)** **1)** A-E-F **2)** d(A, F) = 2 **3)** A-E-F-D-C-A **4)** A-E-F-D-C-A
- **f)** **1)** A-C-D-F **2)** d(A, F) = 2 **3)** A-C-D-F-E-A **4)** A-B-C-D-F-E-A

(Above column 3: *Plusieurs réponses possibles. Exemples :* — Above column 4: *Plusieurs réponses possibles. Exemples :*)

2. **a)** Chaîne eulérienne. **b)** Chaîne eulérienne. **c)** Ni l'un ni l'autre. **d)** Cycle eulérien.

Page 110

3. **a)** **1)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-B-C-D-A-C (chaîne eulérienne).
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-B-C-D-A (cycle hamiltonien).

b) **1)** Aucune chaîne eulérienne ni aucun cycle eulérien possible.
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* F-C-B-A-E-D (chaîne hamiltonienne).

c) **1)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* G-F-E-C-D-A-B-C (chaîne eulérienne).
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* G-F-E-C-B-A-D (chaîne hamiltonienne).

d) **1)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* G-F-B-C-A-E-D-C-G-E (chaîne eulérienne).
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* G-F-B-C-D-E-A (chaîne hamiltonienne).

e) **1)** Aucune chaîne eulérienne possible.
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* B-A-D-E-F-C-G-B (cycle hamiltonien).

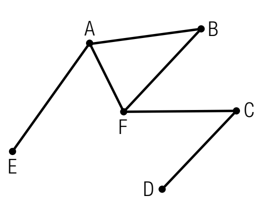
f) **1)** Aucune chaîne eulérienne possible.
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* C-B-A-G-E-F-D-C (cycle hamiltonien).

4. **a)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-B-C(1)-A(2)-C-E-D-D. **b)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* E-A-B-C-D-E-C-A-D. **c)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* D-B-A-C-B. **d)** Aucune chaîne eulérienne possible.

Page 111

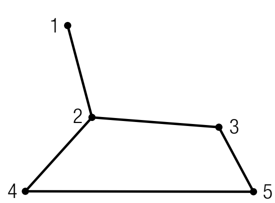
5. **a)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* E-A-B-D-C. **b)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* F-C-D-E-A-B. **c)** Aucune chaîne hamiltonienne possible. **d)** Aucune chaîne hamiltonienne possible.

6. **a)** **1)**



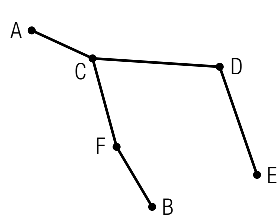
2) Aucune chaîne eulérienne ni aucun cycle eulérien possible.
3) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* E-A-B-F-C-D (chaîne hamiltonienne).

b) **1)**



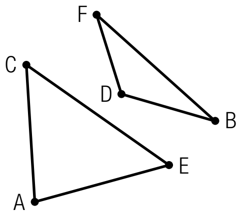
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 1-2-3-5-4-2 (chaîne eulérienne).
3) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 1-2-3-5-4 (chaîne hamiltonienne).

c) **1)**



2) Aucune chaîne eulérienne ni aucun cycle eulérien possible.
3) Aucune chaîne hamiltonienne ni aucun cycle hamiltonien possible.

d) **1)**



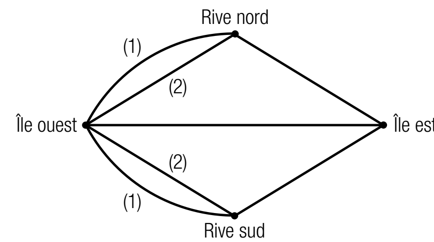
2) Aucune chaîne eulérienne ni aucun cycle eulérien possible.

3) Aucune chaîne hamiltonienne ni aucun cycle hamiltonien possible.

Page 112

7. Le graphe ci-contre représente la situation, où chaque sommet correspond à une rive ou une île, et chaque arête, à un pont. Puisque tous les sommets sont de degré impair, il n'y a aucun cycle eulérien possible dans ce graphe. Il n'existe donc pas de trajet permettant de passer une seule fois par chaque pont et de revenir à son point de départ.

Les sept ponts de Königsberg



8. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 1-2-2-3-4-1-5-6-7-7-8-6-8-7-7-6-5-1-4-3-2-2-1.

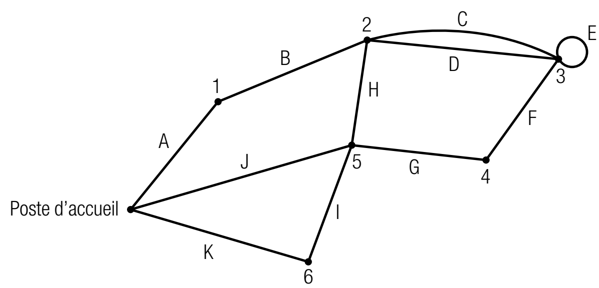
9. **a)** Non, car ce trajet correspond à un cycle hamiltonien, qui n'est pas possible dans ce graphe.

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Une route reliant le point de vente B au point de vente D pourrait être ajoutée.

Page 113

10. **a)**

Sentiers d'un centre de ski de fond

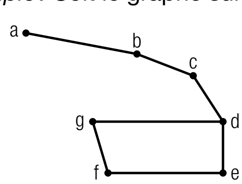


Réponse : Oui. Dans le graphe qui représente cette situation, où chaque sommet correspond au poste d'accueil ou à un refuge et chaque arête, à un sentier, le skieur pourrait, par exemple, faire le trajet poste d'accueil-1-2-3-4-5-6-poste d'accueil.

b) Non. Il n'y a pas de cycle eulérien possible dans ce graphe, car les sommets poste d'accueil et refuge 3 sont de degré impair.

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* On pourrait ajouter un sentier reliant le poste d'accueil au refuge 3.

11. *Plusieurs démarches possibles.*
Exemple : Soit le graphe suivant.

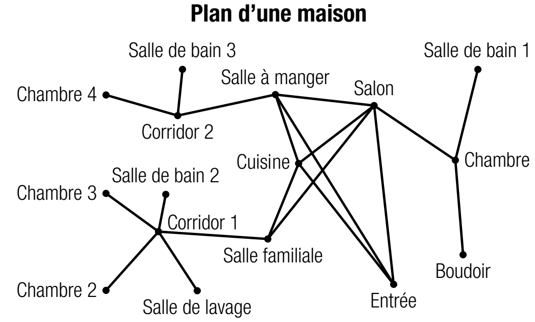


Noémie a tort. La chaîne a-b-c-d-e-f-g-d est une chaîne simple puisqu'elle n'admet aucune répétition d'arêtes, mais elle admet pourtant une répétition du sommet d.

Page 114

12. **Réponse :** Le plan de la maison est représenté par le graphe ci-contre, où chaque sommet correspond à une pièce et chaque arête, à un passage possible entre deux pièces. Puisque ce graphe n'admet aucune chaîne hamiltonienne, il est impossible d'y visiter chaque pièce une seule fois.

Plan d'une maison



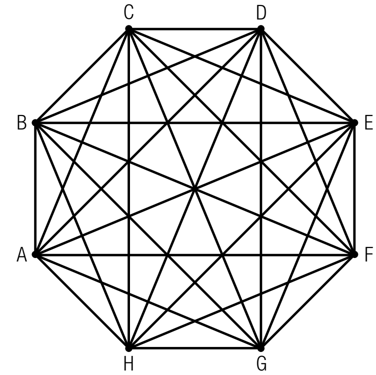
13. Le réseau est représenté par un graphe où chaque sommet correspond à un ordinateur et chaque arête, à un lien réseau entre deux ordinateurs.

Le premier test correspond à un cycle hamiltonien. Ce type de cycle est possible dans ce graphe, par exemple, A-B-C-D-E-F-G-H-A.

Le second test correspond à un cycle eulérien. Puisque tous les sommets de ce graphe sont de degré impair, il n'y a pas de cycle eulérien possible.

Réponse : Puisqu'il n'y a pas de cycle eulérien possible dans le graphe représentant cette situation, le second test ne peut pas être effectué sur ce réseau.

Ordinateurs en réseau

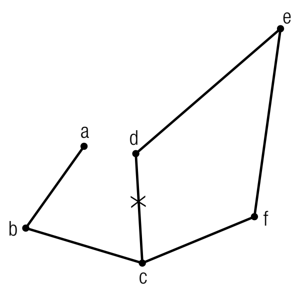


SECTION 3.3 Types de graphes

Page 116

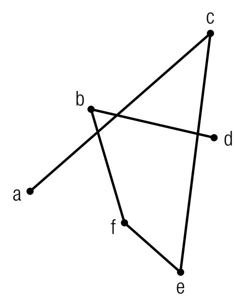
1. *Plusieurs réponses possibles pour les ajouts et les retraits dans certaines situations.*

a)



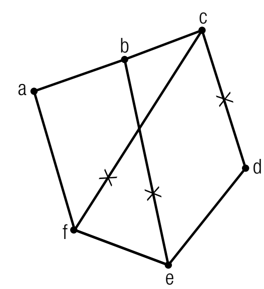
Il faut retrancher une arête.

b)



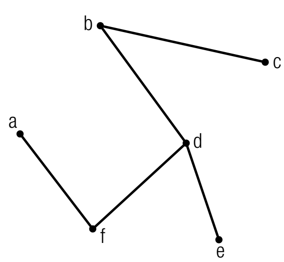
Il faut ajouter une arête.

c)



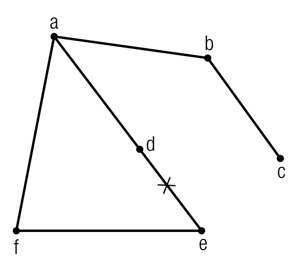
Il faut retrancher trois arêtes.

d)



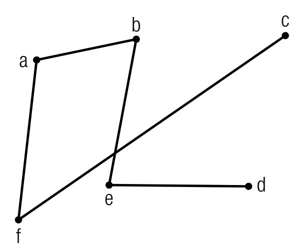
Il faut ajouter deux arêtes.

e)



Il faut retrancher une arête.

f)



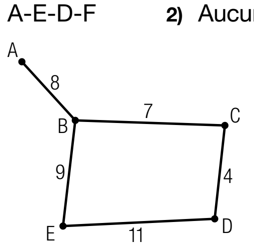
Il faut ajouter une arête.

2. **a)** $5 + 8 + 9 = 22$
b) $8 + 7 + 9 = 24$
c) 9 ou $6 + 2 + 5 = 13$
d) $7 + 5 + 4 = 16$
e) $7 + 6 + 5 = 18$
ou $7 + 6 + 8 + 5 + 2 = 28$
ou $9 + 5 + 2 = 16$
ou $9 + 8 + 5 = 22$
f) Aucun chemin possible reliant A à F.

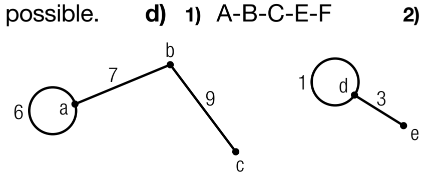
Page 117

3. **a)** **1)** A-C-D-E-F **2)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* F-D-E-F.
b) **1)** A-H-B-C-E-G-F **2)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-H-B-A.
c) **1)** A-E-D-F **2)** Aucun circuit simple possible.
d) **1)** A-B-C-E-F **2)** A-B-C-A

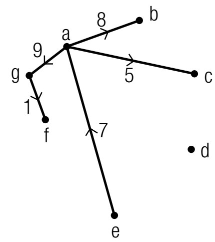
4. **a)** **1)**



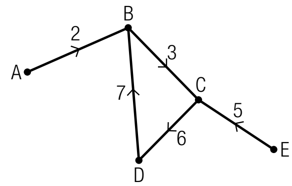
2)



b) **1)**



2)



Page 118

5. **a)** **1)** *Plusieurs réponses possibles.* *Exemple :* A-B-C-D-E-F-C-G-A-C-E (chaîne eulérienne).

2) 1 + 8 + 2 + 3 + 2 + 3 + 4 + 2 + 4 + 6 = 35

3) 35

b) **1)** *Plusieurs réponses possibles.* *Exemple :* A-B-C-D-E-F-C-G-A (cycle eulérien).

2) 4 + 2 + 2 + 4 + 3 + 8 + 6 + 3 = 32

3) 32

c) La valeur d'une chaîne eulérienne ou d'un cycle eulérien est égale à la somme des valeurs de toutes les arêtes du graphe.

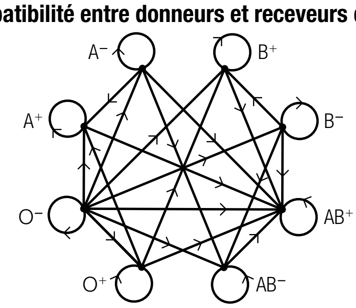
6. **a)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* C-B-A-G-F-E-D-C-F-B (chaîne eulérienne).

b) Non. Puisque le graphe est orienté, on ne peut pas suivre le chemin inverse.

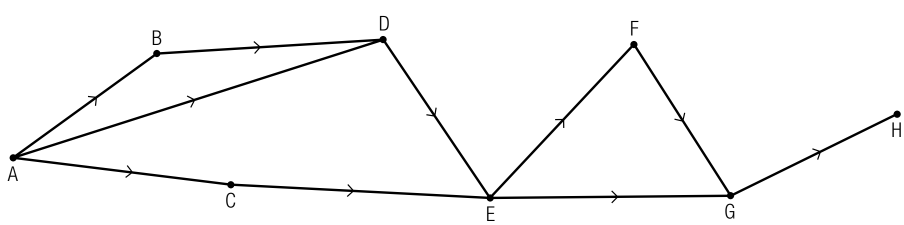
7. **a)** A-B-C-D-E-L-G-H-K-J **b)** J-I-H-K **c)** L-G-H-K-B

Page 119

8. **Compatibilité entre donneurs et receveurs de sang**



9. **Réalisation d'un projet**



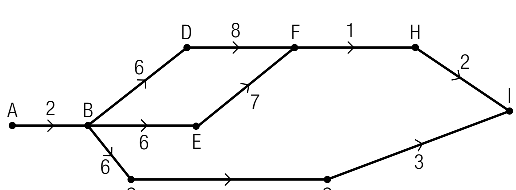
Page 120

10. **a)** Il existe quatre itinéraires différents, soit :

1) Saint-Paul – Saint-Dominique – Saint-Claude – Saint-Ours – Saint-Victor ;
2) Saint-Paul – Saint-Dominique – Saint-Claude – Saint-Victor ;
3) Saint-Paul – Saint-Denis – Saint-Claude – Saint-Ours – Saint-Victor ;
4) Saint-Paul – Saint-Denis – Saint-Claude – Saint-Victor.

b) Itinéraire **1)** : $(42 + 23 + 18 + 26) \div 70 \approx 1{,}56$ h
Itinéraire **2)** : $(42 + 23 + 32) \div 70 \approx 1{,}39$ h
Itinéraire **3)** : $(38 + 45 + 18 + 26) \div 70 \approx 1{,}81$ h
Itinéraire **4)** : $(38 + 45 + 32) \div 70 \approx 1{,}64$ h

11. **a)** **Étapes de conception d'une pièce**

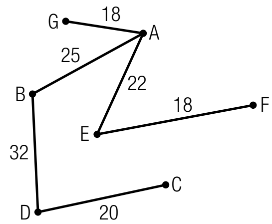


b) A-B-D-F-H-I, A-B-E-F-H-I et A-B-C-G-I

c) A-B-D-F-H-I : 2 + 6 + 8 + 1 + 2 = 19 h,
A-B-E-F-H-I : 2 + 6 + 7 + 1 + 2 = 18 h
et A-B-C-G-I : 2 + 6 + 5 + 3 = 16 h

Page 121

12. a)

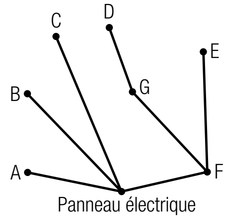


b) **1)** 18 km

2) 25 + 32 + 20 = 77 km

3) 22 + 18 = 40 km

13. **Installation électrique**



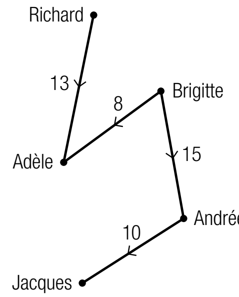
Réponse : On peut retirer au maximum six arêtes. Si on enlève une septième arête, on obtient un graphe non connexe.

14. a) Richard

b) Jacques

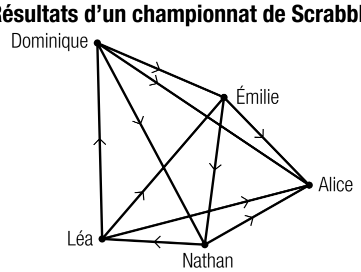
c) Écart = 13 − 8 + 15 + 10 = 30 années

Ancienneté



Page 122

15. a) **Résultats d'un championnat de Scrabble**



b) Alice a remporté le championnat.

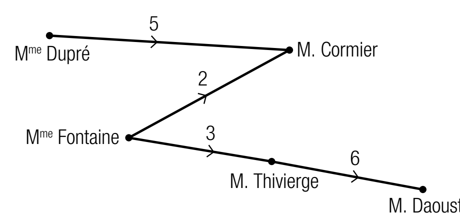
16. Trajet à suivre : A-E-F-D-C
Temps moyen : 9 + 4 + 8 + 5 = 26 min

Réponse : Le temps moyen est de 26 min.

17. M^me^ Dupré a remporté l'élection. L'écart entre le nombre de votes de la personne qui a gagné et le nombre de votes de la personne qui a reçu le moins de votes est de 5 − 2 + 3 + 6 = 12 votes.

Réponse : M^me^ Dupré a remporté l'élection avec 12 votes de plus que M. Daoust, qui a obtenu le moins de votes.

Résultats d'une élection



SECTION 3.4 Valeur minimale et maximale et nombre chromatique

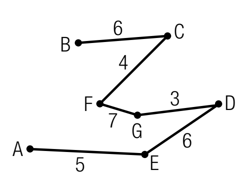
Page 125

1. a) A-F-G : 12 + 9 = 21
ou A-B-C-G : 10 + 3 + 8 = 21

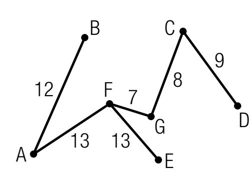
b) E-D-C-B : 7 + 4 + 3 = 14

c) A-B-C : 10 + 3 = 13

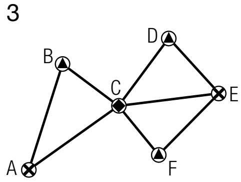
2. a)



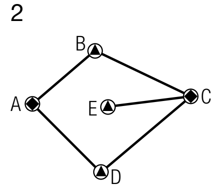
b)



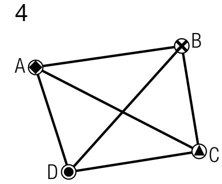
3. a) 3



b) 2

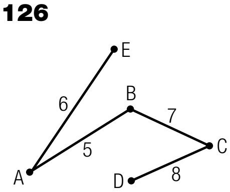


c) 4

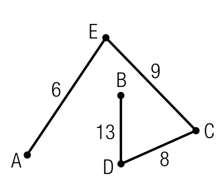


Page 126

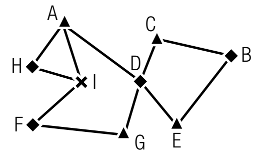
4. a)



b)

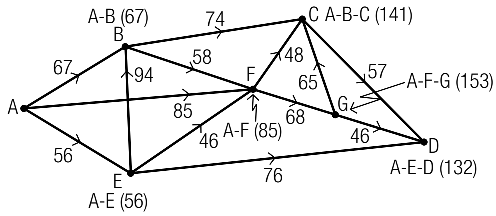


5. **Entreposage de produits chimiques**



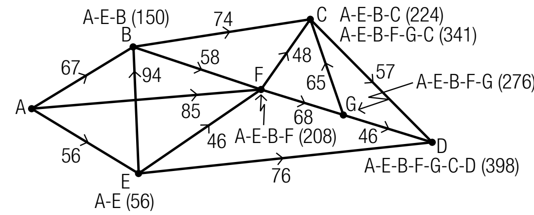
À l'aide du nombre chromatique du graphe associé à cette situation, on détermine qu'au moins trois armoires sont requises pour entreposer ces produits de façon sécuritaire.

6. a)



Le chemin de valeurs minimales est A-E-D et sa valeur est 132.

b)



Le chemin de valeurs maximales est A-E-B-F-G-C-D et sa valeur est 398.

Page 127

7. a) Chaîne de valeur minimale : D-B-Ph-É-P-D

Valeur :
$3{,}95 + 3{,}1 + 4{,}01 + 3{,}01 + 4{,}46 = 18{,}53$ km

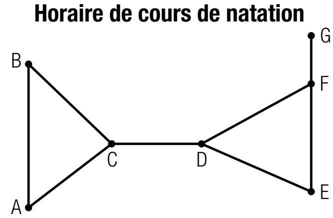
Réponse : La distance minimale à parcourir est de 18,53 km.

b) Chaîne de valeur minimale : D-S-Po-B-Ph-É-P-D

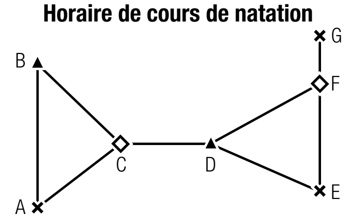
Valeur :
$5{,}31 + 3{,}27 + 3{,}1 + 3{,}1 + 4{,}01 + 3{,}01 + 4{,}46 = 26{,}26$ km

Réponse : La distance minimale à parcourir est de 26,26 km.

8. a) **Horaire de cours de natation**



b) **Horaire de cours de natation**

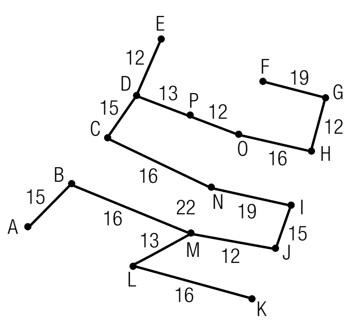


Réponse : Le nombre chromatique est 3.

c) Puisque le nombre chromatique du graphe est 3 et qu'un instructeur ne peut pas donner deux cours en même temps, il faut donc au moins trois instructeurs de natation pour donner tous ces cours.

Page 128

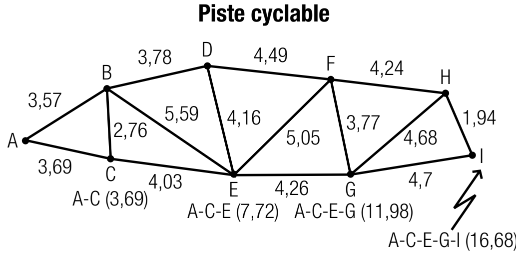
9. Arbre de valeurs minimales associé à cette situation :
Devis de construction d'un réseau d'égouts



Valeur : $12 + 19 + 12 + 16 + 12 + 13 + 15 + 16 + 19 + 15 + 12 + 13 + 16 + 15 + 16 = 221$ m

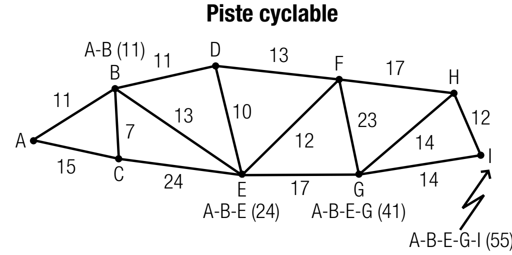
Réponse : Il faut une longueur minimale de 221 m pour relier chaque maison au réseau.

10. a) **Piste cyclable**



Réponse : Elle doit emprunter le trajet A-C-E-G-I.

b) **Piste cyclable**

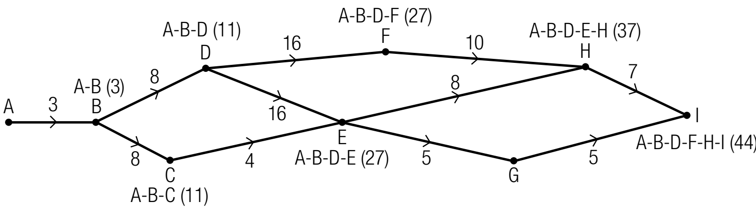


Réponse : Elle doit emprunter le trajet A-B-E-G-I.

Chemin critique

Page 130

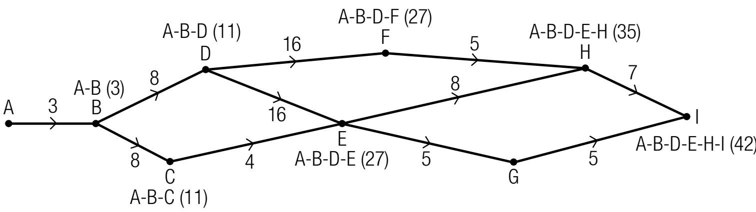
1. a)



Le chemin critique est A-B-D-F-H-I.

b) La valeur du chemin critique est 44.

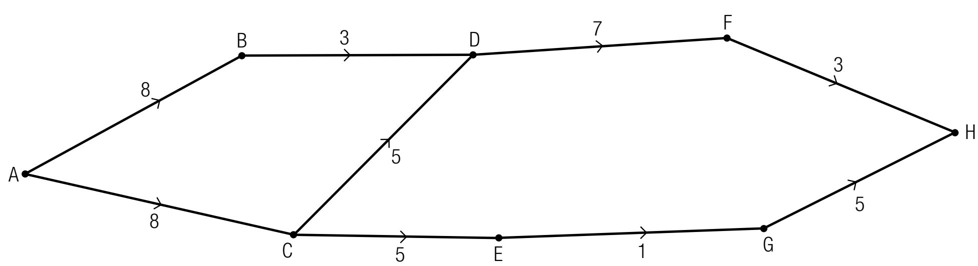
c)



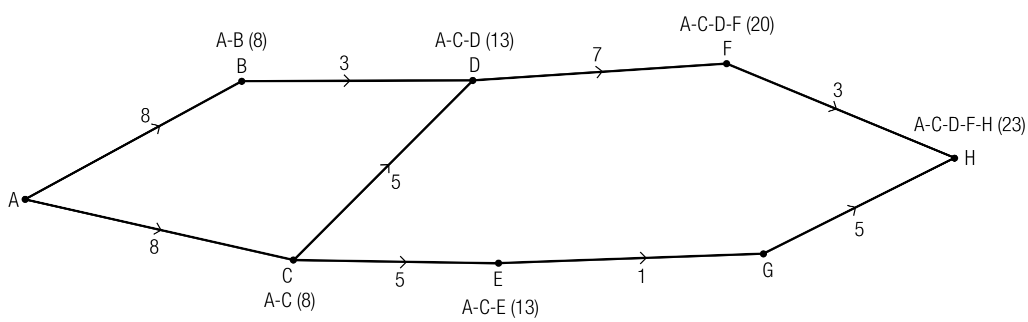
Non. Si la valeur de l'arc F-H diminue de 5, A-B-D-E-H-I deviendra le chemin critique, avec comme valeur 42. Donc, la valeur du chemin critique ne diminue que de 2.

Page 131

2. a) **Remise en fonction d'un camp de vacances**



b) **Remise en fonction d'un camp de vacances**

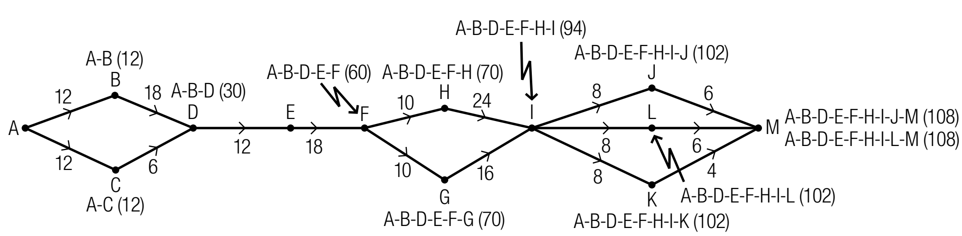


Réponse : Le chemin critique est A-C-D-F-H.

c) Puisque la valeur du chemin critique est de 23 h, le temps minimal requis pour remettre en fonction ce camp de vacances est de 23 h.

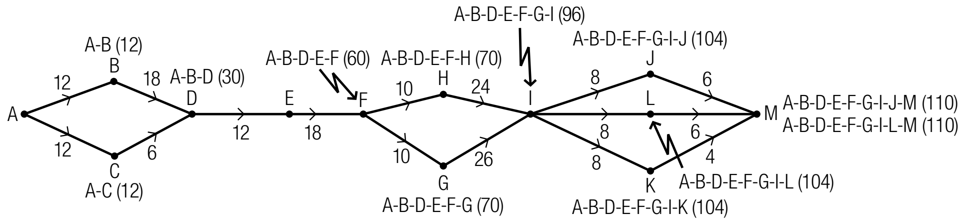
Page 132

3. a) **Construction d'une autoroute**



Réponse : Le temps minimal requis est de 108 mois, soit neuf ans.

b) **Construction d'une autoroute**



Réponse : Ce conflit retardera de deux mois la construction de l'autoroute.

MÉLI-MÉLO

Page 133

1. **a)** **1)** 5
2) A : 4, B : 2, C : 3, D : 3, E : 0

b) **1)** 6
2) A : 2, B : 2, C : 2, D : 1, E : 2, F : 1

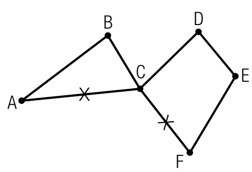
c) **1)** 4
2) 1 : 1, 2 : 2, 3 : 1, 4 : 2

2. **a)** **1)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-B-D-C-A.
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-B.

b) **1)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* F-D-E-F.
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-D-F-B.

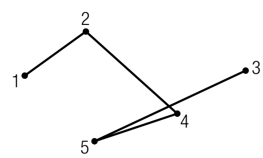
c) **1)** Aucun cycle simple possible.
2) Aucune chaîne simple reliant A à B.

3. **a)**



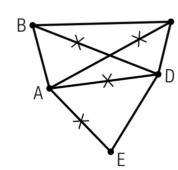
Il faut retrancher deux arêtes.

b)



Il faut ajouter une arête.

c)



Il faut retrancher quatre arêtes.

Page 134

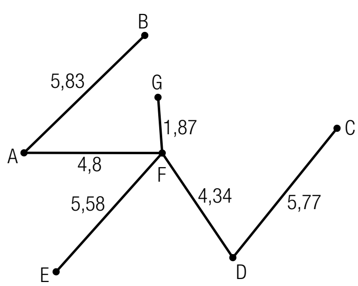
4. **a)** Graphe non connexe. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* G-F.

b) Graphe connexe.

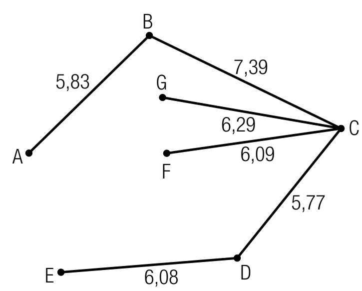
c) Graphe non connexe. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* B-C.

d) Graphe non connexe. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* B-F et B-G.

5. **a)**

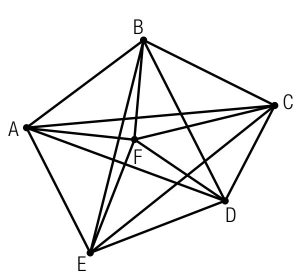


b)



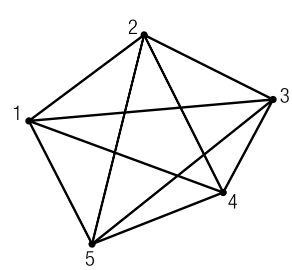
Page 135

6. **a)**



Graphe non complet. Cinq.

b)



Graphe non complet. Trois.

7. a) **1)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-B-C-D-B-F-E-D-F-A (cycle eulérien).
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* A-B-C-D-E-F-A (cycle hamiltonien).

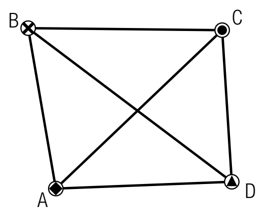
b) **1)** *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 2-3-4-5-1-2-6-5-3-6-1 (chaîne eulérienne).
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* 5-4-3-2-1-6-5 (cycle hamiltonien).

c) **1)** Aucune chaîne eulérienne possible.
2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* B-C-F-E-D-A-B (cycle hamiltonien).

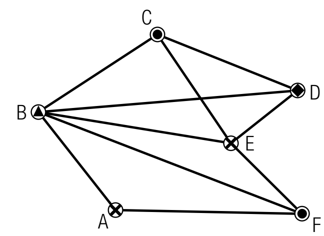
8. a) $8 + 6 + 9 = 23$ **b)** $11 + 7 + 7 + 3 + 9 = 37$ **c)** $11 + 7 + 7 + 7 + 8 = 40$

Page 136

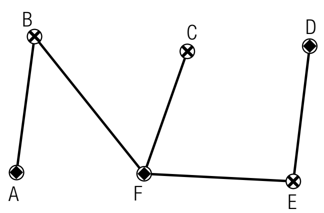
9. a) 4



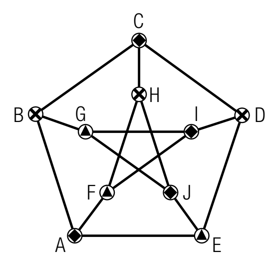
b) 4



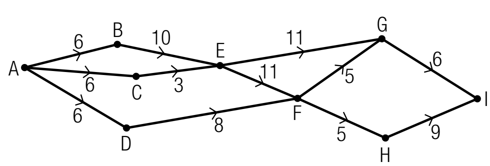
c) 2



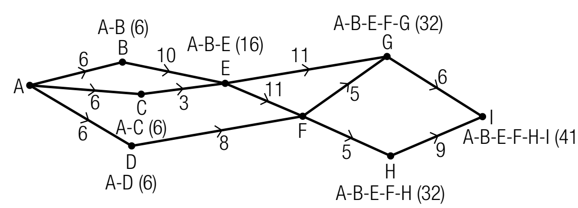
d) 3



10. a) **Réalisation d'un projet**



b) **Réalisation d'un projet**



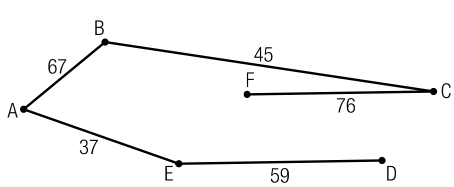
Réponse : Le chemin critique est A-B-E-F-H-I.

c) La valeur du chemin critique est 41 h.

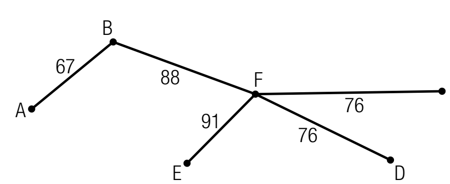
d) Le temps minimal requis pour réaliser ce projet est de 41 h.

Page 137

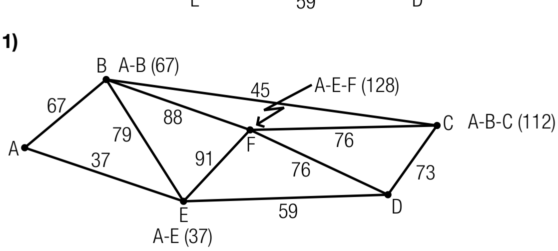
11. a) **1)**



2)

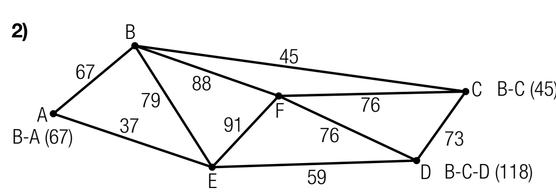


b) **1)**



La chaîne est A-B-C et sa valeur est 112.

2)

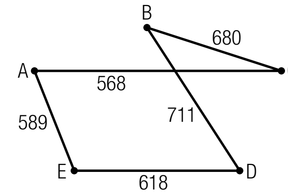


La chaîne est B-C-D et sa valeur est 118.

12. a) « Visiter chacun des clients une seule fois » fait intervenir le concept de cycle hamiltonien. Afin d'établir le cycle hamiltonien le plus court, il faut éviter d'emprunter les arêtes ayant la plus grande valeur, soit les arêtes A-B (800) et C-D (756). On ne peut pas éviter plus de deux arêtes, sans quoi un cycle hamiltonien n'est pas possible. Ainsi, les cycles hamiltoniens A-C-B-D-E-A et A-E-D-B-C-A ont la plus petite valeur.

Réponse : Les trajets les plus courts sont A-C-B-D-E-A ou A-E-D-B-C-A.

Trajet d'un livreur à vélo



b) 568 + 680 + 711 + 618 + 589 = 3166 m

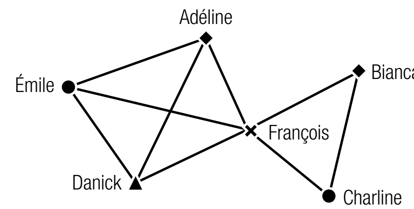
Réponse : La distance parcourue par le livreur est de 3166 m.

Page 138

13. Graphe représentant cette situation, dans lequel chaque sommet correspond à une personne et chaque arête, au lien « Ne pas mettre en équipe avec… ».

Réponse : Puisque le nombre chromatique du graphe correspond au nombre minimal d'équipes pouvant être formées et qu'il est de 4, on doit former au moins quatre équipes.

Formation des équipes de travail

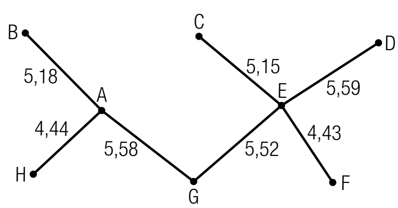


14. Il y a quatre sommets de degré impair, soit plus de deux.

Réponse : Non. Aucune chaîne eulérienne n'est possible dans ce graphe.

15. Arbre de valeurs minimales :

Installation électrique



Somme des valeurs de chaque arête de l'arbre de valeurs minimales :

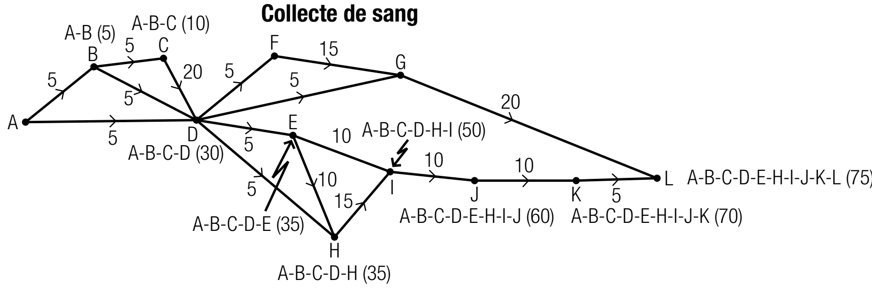
4,44 + 5,18 + 5,58 + 5,52 + 5,15 + 4,43 + 5,59 = 35,89 m

Réponse : La longueur minimale de câble nécessaire pour que tous les appareils soient reliés directement ou indirectement entre eux est de 35,89 m.

Page 139

16.

Collecte de sang



Réponse : Le temps minimal nécessaire pour mettre en place cette collecte de sang est de 75 min.

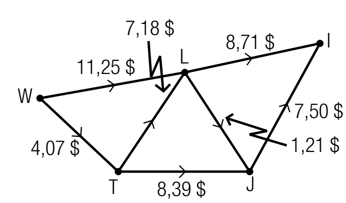
17. a) Dans le graphe, chaque arc exprime la relation « … a dépensé plus que… ».

b) Puisqu'aucun arc ne pointe vers William, c'est William qui a dépensé le plus.

c) L : 25,12 $
T : 25,12 + 7,18 = 32,30 $
W : 25,12 + 11,25 = 36,37 $
J : 32,30 − 8,39 = 23,91 $
I : 23,91 − 7,50 = 16,41 $
Somme totale : 25,12 + 32,30 + 36,37 + 23,91 + 16,41 = 134,11 $

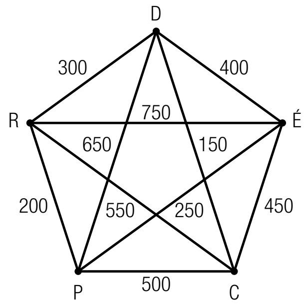
Réponse : La somme totale dépensée par les cinq amis est de 134,11 $.

Sommes dépensées

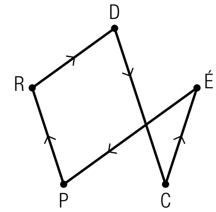


Page 140

18. a) **Distances entre un domicile et des commerces**



b) Soit le cycle hamiltonien D-C-É-P-R-D :

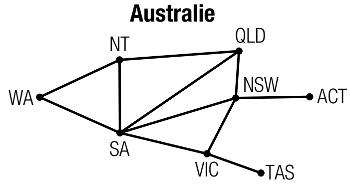


Réponse : Elle devrait emprunter l'itinéraire D-C-É-P-R-D ou l'itinéraire inverse.

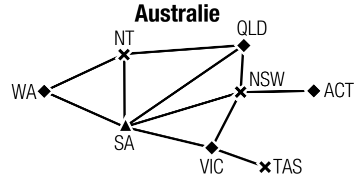
c) $150 + 450 + 250 + 200 + 300 = 1350$ m

Réponse : La distance est de 1350 m.

19. a) **Australie**



b) **Australie**



Réponse : Puisque le nombre chromatique est 3, il faut trois couleurs pour colorier cette carte.

Pages 141-142

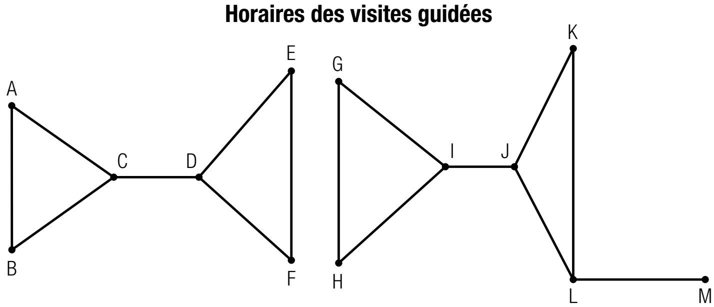
20. Attribuer une lettre à chacune des visites et indiquer le temps complet de chaque visite :

Horaires des visites guidées

Visite	Avant-midi	Visite	Après-midi
A	10 h à 10 h 45	G	13 h à 13 h 45
B	10 h 15 à 11 h	H	13 h 15 à 14 h
C	10 h 30 à 11 h 15	I	13 h 30 à 14 h 15
D	11 h à 11 h 45	J	14 h à 14 h 45
E	11 h 15 à 12 h	K	14 h 15 à 15 h
F	11 h 30 à 12 h 15	L	14 h 30 à 15 h 15
		M	15 h à 15 h 45

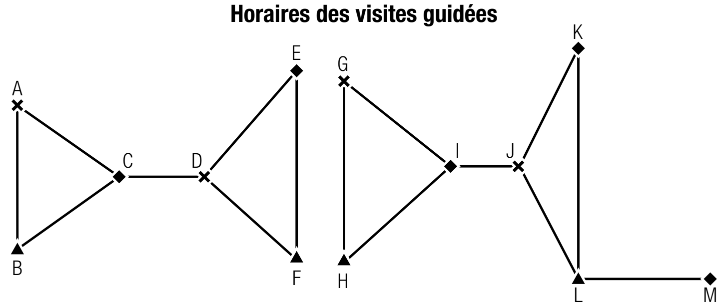
Représenter la situation à l'aide d'un graphe où chaque sommet correspond à une visite et chaque arête, à la relation « … se déroule en même temps que… » :

Horaires des visites guidées



Déterminer le nombre chromatique du graphe :

Horaires des visites guidées



Le nombre chromatique du graphe est 3, donc trois guides sont requis pour réaliser l'ensemble des visites guidées. Puisqu'un ou une guide doit rester en tout temps au kiosque d'accueil, il faut en ajouter un ou une.

Réponse : Un nombre minimal de quatre guides est requis pour une journée.

Pages 143-144

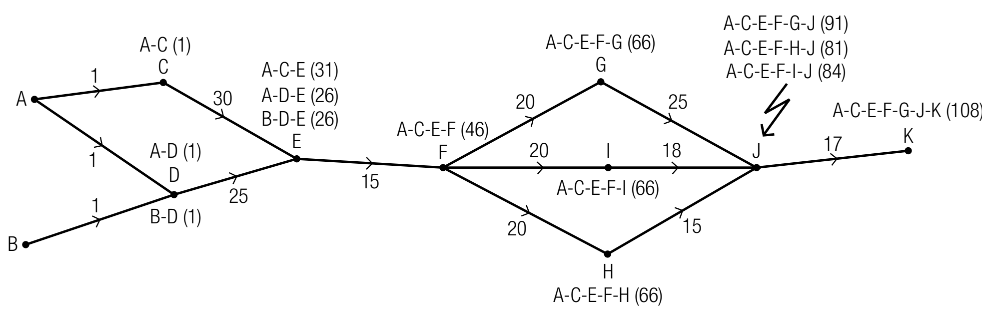
21. Présenter le tableau des tâches en ajoutant une colonne « Étapes préalables » :

Réalisation d'un film

Étape	Description	Temps requis (jours)	Étapes préalables
A	Choix de la nature et du thème du film	1	Aucune
B	Choix des techniques retenues pour la création des décors et des personnages	1	Aucune
C	Écriture du scénario	30	A
D	Création des personnages et des décors	25	A et B
E	Tournage des scènes	15	C et D
F	Prémontage des scènes	20	E
G	Enregistrement des dialogues	25	F
H	Enregistrement des bruitages	15	F
I	Enregistrement de la musique	18	F
J	Montage final	17	G, H et I
K	Diffusion	Aucun	J

Représenter la situation à l'aide d'un graphe valué et orienté, puis déterminer le chemin critique et sa valeur :

Réalisation d'un film



Réponse : Puisque la valeur du chemin critique est de 108 jours, un minimum de 108 jours est requis pour réaliser ce film.

Pages 145-146

22. Évaluer la distance totale parcourue selon la proposition de la pilote :

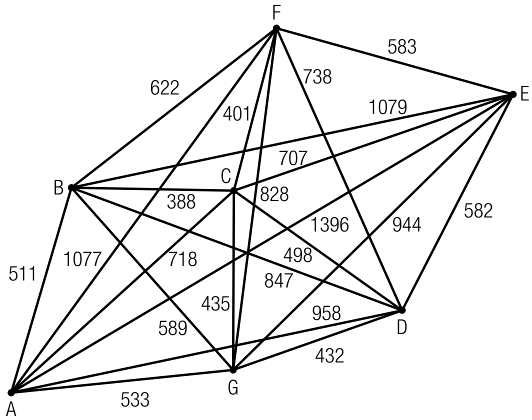
Distances entre des villages

Point de départ	Village le plus proche n'ayant pas encore été visité	Distance (km)	Distance cumulée (km)
A	B	511	511
B	C	388	899
C	F	401	1300
F	E	583	1883
E	D	582	2465
D	G	432	2897
Retour au village A		533	3430

La distance totale parcourue selon la proposition de la pilote est de 3430 km en suivant l'itinéraire A-B-C-F-E-D-G-A.

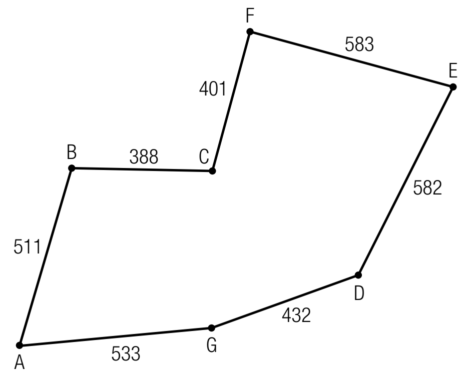
Représenter la situation à l'aide d'un graphe valué :

Distances entre des villages



Rechercher le cycle hamiltonien de valeur minimale :

Distances entre des villages



Les deux cycles hamiltoniens de valeur minimale sont A-B-C-F-E-D-G-A et A-G-D-E-F-C-B-A.

Réponse : La pilote a raison, car le trajet qu'elle propose décrit un des deux cycles hamiltoniens de valeur minimale.

CHAPITRE 4 ➤ Logarithme et mathématique financière

RAPPEL — Exposants, fonction exponentielle et réciproque

Page 149

1. **a)** $\frac{1}{25} = 0{,}04$ **b)** 1 **c)** 0 **d)** 21,952

e) $\frac{3}{4}$ **f)** $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} = 6{,}25$ **g)** 144 **h)** $8^3 = 512$

2. **a)** Faux. **b)** Faux. **c)** Vrai. **d)** Vrai. **e)** Vrai. **f)** Faux.

3. **a)** $= 4^{2+5}$ $= 4^7$

b) $= 5^{0+3+-1}$ $= 5^2$

c) $= 3^{5\times 2} \times 3^{4\times -1}$ $= 3^{10} \times 3^{-4}$ $= 3^{10+-4}$ $= 3^6$

d) $= \frac{11^{-6+8}}{11^{-7+0}}$ $= \frac{11^2}{11^{-7}}$ $= 11^{2--7}$ $= 11^9$

e) $= (7^{6-2})^3$ $= (7^4)^3$ $= 7^{4\times 3}$ $= 7^{12}$

f) $= \left(\frac{2}{3}\right)^{5+-2}$ $= \left(\frac{2}{3}\right)^3$

g) $= \frac{7^{-5}}{4^{-5}}$ $= \frac{4^5}{7^5}$ $= \left(\frac{4}{7}\right)^5$

h) $= (6^{0-5})^2$ $= (6^{-5})^2$ $= 6^{-5\times 2}$ $= 6^{-10}$ $= \frac{1}{6^{10}}$ $= \left(\frac{1}{6}\right)^{10}$

i) $= 4(4^{-3-1})^{-2}$ $= 4(4^{-4})^{-2}$ $= 4(4^{-4\times -2})$ $= 4(4^8)$ $= 4^{1+8}$ $= 4^9$

Page 150

4. **a)** $= a^{3+2+1}$ $= a^6$

b) $= b^{3\times 4} \times 1$ $= b^{12}$

c) $= 2^{3m+1+m+2}$ $= 2^{4m+3}$

d) $= c^{2\times 4}d^{3\times 4}$ $= c^8d^{12}$

e) $= m^{7-2} \times m^{0-3}$ $= m^5 \times m^{-3}$ $= m^{5+-3}$ $= m^2$

f) $= \frac{a^4}{b^4}$

g) $= \frac{c^{5\times -3}}{d^{2\times -3}}$ $= \frac{c^{-15}}{d^{-6}}$ $= \frac{d^6}{c^{15}}$

h) $= \frac{b^{2+1+3}}{b^{2+7+0}}$ $= \frac{b^6}{b^9}$ $= b^{-3}$ $= \frac{1}{b^3}$

i) $= \left(c^{\frac{2}{3}-\frac{1}{3}}\right)^{-6}$ $= \left(c^{\frac{1}{3}}\right)^{-6}$ $= c^{\frac{1}{3}\times -6}$ $= c^{-2}$ $= \frac{1}{c^2}$

5. a) $= (3^4)^2$
$= 3^{4 \times 2}$
$= 3^8$

b) $= (2^4)^3 \times 2^3 \times (2^2)^2$
$= 2^{4 \times 3} \times 2^3 \times 2^{2 \times 2}$
$= 2^{12} \times 2^3 \times 2^4$
$= 2^{12 + 3 + 4}$
$= 2^{19}$

c) $= (3^3)^2 \times (3^2)^3 \times 3^5$
$= 3^{3 \times 2} \times 3^{2 \times 3} \times 3^5$
$= 3^6 \times 3^6 \times 3^5$
$= 3^{6 + 6 + 5}$
$= 3^{17}$

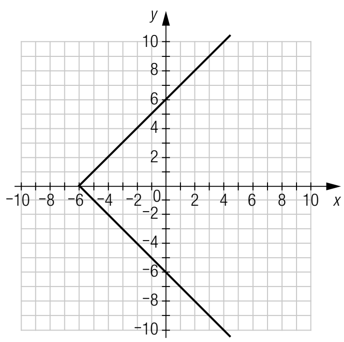
d) $= (6^2)^{3n + 4} \times (6^3)^{5n - 1}$
$= 6^{2(3n + 4)} \times 6^{3(5n - 1)}$
$= 6^{6n + 8} \times 6^{15n - 3}$
$= 6^{6n + 8 + 15n - 3}$
$= 6^{21n + 5}$

e) $= \dfrac{(5^3)^2}{(5^2)^2}$
$= \dfrac{5^{3 \times 2}}{5^{2 \times 2}}$
$= \dfrac{5^6}{5^4}$
$= 5^{6 - 4}$
$= 5^2$

f) $= \dfrac{(7^2)^3}{7^6} \times \dfrac{(7^4)^2}{7^5}$
$= \dfrac{7^6}{7^6} \times \dfrac{7^8}{7^5}$
$= 7^{6 - 6} \times 7^{8 - 5}$
$= 7^0 \times 7^3$
$= 7^{0 + 3}$
$= 7^3$

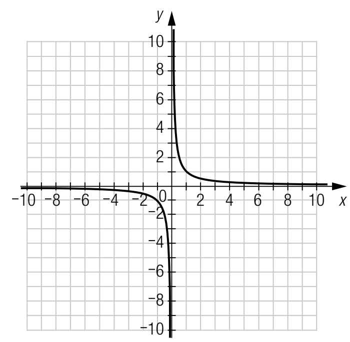
Page 151

6. a) 1)



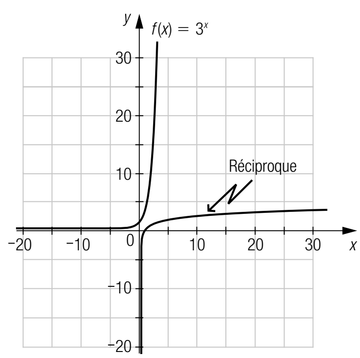
2) La réciproque n'est pas une fonction.

b) 1)



2) La réciproque est une fonction.

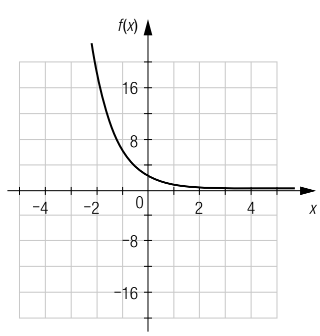
7. a)



b) La réciproque est une fonction, car à chaque valeur de x correspond au plus une valeur de y.

Page 152

a) 1)



2) Domaine : $\mathbb{R}$

Codomaine : $]0, +\infty[$

Abscisse à l'origine : Aucune.

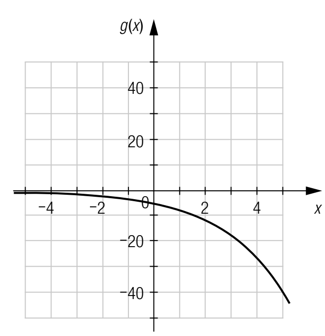
Ordonnée à l'origine : 2

Signe : Positive sur $\mathbb{R}$.

Variation : Décroissante sur $\mathbb{R}$.

Extremum : Aucun.

b) 1)



2) Domaine : $\mathbb{R}$

Codomaine : $]-\infty, 0[$

Abscisse à l'origine : Aucune.

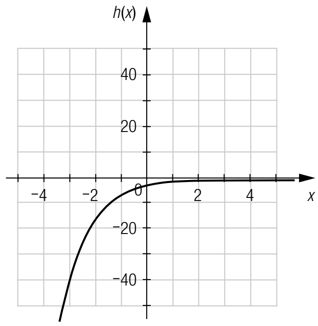
Ordonnée à l'origine : $-5{,}2$

Signe : Négative sur $\mathbb{R}$.

Variation : Décroissante sur $\mathbb{R}$.

Extremum : Aucun.

c) **1)**



2) Domaine : $\mathbb{R}$

Codomaine : $]-\infty, 0[$

Abscisse à l'origine : Aucune.

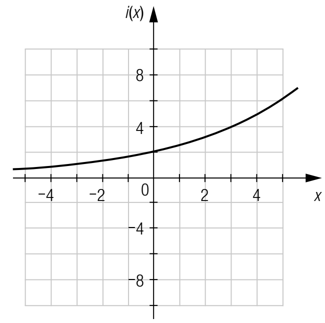
Ordonnée à l'origine : $-2{,}5$

Signe : Négative sur $\mathbb{R}$.

Variation : Croissante sur $\mathbb{R}$.

Extremum : Aucun.

d) **1)**



2) Domaine : $\mathbb{R}$

Codomaine : $]0, +\infty[$

Abscisse à l'origine : Aucune.

Ordonnée à l'origine : 2

Signe : Positive sur $\mathbb{R}$.

Variation : Croissante sur $\mathbb{R}$.

Extremum : Aucun.

Page 153

9. **a)**
$$\begin{aligned} f(x) &= -3c^x \\ -21 &= -3c^1 \\ c &= 7 \\ f(x) &= -3(7)^x \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} g(x) &= 4{,}5c^x \\ 72 &= 4{,}5c^2 \\ 16 &= c^2 \\ c &= 4 \\ g(x) &= 4{,}5(4)^x \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} h(x) &= -2c^x \\ -\frac{6}{7} &= -2c^1 \\ c &= \frac{3}{7} \\ h(x) &= -2\left(\frac{3}{7}\right)^x \end{aligned}$$

10. **a)**
$$\begin{aligned} f(x) &= 4{,}4c^x \\ 22 &= 4{,}4c^1 \\ c &= 5 \\ f(x) &= 4{,}4(5)^x \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} g(x) &= -2c^x \\ -98 &= -2c^2 \\ 49 &= c^2 \\ c &= 7 \\ g(x) &= -2(7)^x \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} h(x) &= -8c^x \\ -72 &= -8c^{-2} \\ 9 &= c^{-2} \\ c &= \frac{1}{3} \\ h(x) &= -8\left(\frac{1}{3}\right)^x \end{aligned}$$

11. De 2000 à 2010 :
m : Temps écoulé depuis 2000 (en années)
$P_1(m)$: Population de la ville

$P_1(m) = 75\ 000(0{,}97)^m$
En 2010, $m = 10$.
$P_1(10) = 75\ 000(0{,}97)^{10}$
$\approx 55\ 306{,}81$

Donc, il y a 55 306 habitants en 2010.

Depuis 2010 :
n : Temps écoulé depuis 2010 (en années)
$P_2(n)$: Population de la ville

$P_2(n) = 55\ 306(1{,}02)^n$
En 2015, $n = 5$.
$P_2(5) = 55\ 306(1{,}02)^5$
$\approx 61\ 062{,}29$

Donc, il y a 61 062 habitants en 2015.

Réponse : En 2015, la population de la ville est de 61 062 habitants.

Page 154

12. Valeur de revente du bateau de modèle Ⓐ :
t : Temps écoulé (en années)
$V_Ⓐ(t)$: Valeur de revente (en $)

$V_Ⓐ(t) = 28\ 000(0{,}9)^t$
$V_Ⓐ(10) = 28\ 000(0{,}9)^{10}$
≈ 9763

Donc, 9763 $.

Valeur de revente du bateau de modèle Ⓑ :
t : Temps écoulé (en années)
$V_Ⓑ(t)$: Valeur de revente (en $)

$V_Ⓑ(t) = 34\ 000(0{,}85)^t$
$V_Ⓑ(10) = 34\ 000(0{,}85)^{10}$
$\approx 6693{,}73$

Donc, 6693,73 $.

Valeur de revente du bateau de modèle Ⓒ :
t : Temps écoulé (en années)
$V_Ⓒ(t)$: Valeur de revente (en $)

$V_Ⓒ(t) = 23\ 000(0{,}92)^t$
$V_Ⓒ(10) = 23\ 000(0{,}92)^{10}$
$\approx 9990{,}93$

Donc, 9990,93 $.

Réponse : Le bateau de modèle Ⓒ aura la meilleure valeur de revente dans 10 ans, soit 9990,93 $.

13. Balle de type Ⓐ :
n : Nombre de rebonds
$H_Ⓐ(n)$: Hauteur du rebond (en m)

$H_Ⓐ(n) = 30\left(\frac{3}{5}\right)^n$

$H_Ⓐ(7) = 30\left(\frac{3}{5}\right)^7$

$\approx 0{,}84$ m

Balle de type Ⓑ :
n : Nombre de rebonds
$H_Ⓑ(n)$: Hauteur du rebond (en m)

$H_Ⓑ(n) = 25(0{,}75)^n$
$H_Ⓑ(7) = 25(0{,}75)^7$
$\approx 3{,}34$ m

Balle de type Ⓒ :
n : Nombre de rebonds
$H_Ⓒ(n)$: Hauteur du rebond (en m)

$H_Ⓒ(n) = 20(0{,}72)^n$
$H_Ⓒ(7) = 20(0{,}72)^7$
$\approx 2{,}01$ m

Réponse : Le 7e rebond de la balle de type Ⓑ est le plus haut, avec une hauteur d'environ 3,34 m.

SECTION 4.1 Logarithme

Page 157

1. **a)** $f^{-1}(x) = \log_5 x$ **b)** $g^{-1}(x) = \log_{4,8} x$ **c)** $h^{-1}(x) = \log_{\frac{2}{5}} x$ **d)** $i^{-1}(x) = \log x$ **e)** $j^{-1}(x) = \log_{\frac{3}{8}} x$ **f)** $k^{-1}(x) = \log_{\pi} x$

2. A, C, F **3.** C

4. **a)** $\log_3 9 = 2$ **b)** $\log_5 125 = 3$ **c)** $\log 1000 = 3$ **d)** $\log_8 1 = 0$
e) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27} = 3$ **f)** $\log_{144} 12 = \frac{1}{2}$ **g)** $\log_{\frac{1}{4}} 256 = -4$ **h)** $\log_6 216 = x$
i) $\log_{2,5} t = s$ **j)** $\log_{\frac{1}{7}} y = x$ **k)** $\log w = v$ **l)** $\log_{\frac{1}{c}} b = a$

5. **a)** $6^2 = 36$ **b)** $7^0 = 1$ **c)** $3^4 = 81$ **d)** $10^{-3} = 0,001$
e) $5^{-1} = \frac{1}{5}$ **f)** $10^1 = 10$ **g)** $4^3 = 4^3$ **h)** $2^5 = 32$
i) $10^p = 100$ **j)** $0,75^x = y$ **k)** $t^r = s$ **l)** $d^{\frac{1}{e}} = \frac{1}{c}$

Page 158

6. **a)** 2 **b)** 3 **c)** 5 **d)** 3 **e)** −2 **f)** $\frac{1}{2}$
g) 1 **h)** 2 **i)** 0 **j)** −3 **k)** 2 **l)** −2
m) 0 **n)** 1 **o)** 3 **p)** −1

7. **a)** $= 2 - 4 + 1$ $= -1$ **b)** $= 2 - 0 + (-3) - (-2)$ $= 1$ **c)** $= 3 + 2 - 2 + 0$ $= 3$ **d)** $= 1 + 3 - 0 + 1$ $= 5$

8. **a)** $= \frac{\log 8}{\log 7}$ $\approx 1,0686$ **b)** $= \frac{\log 26}{\log 5}$ $\approx 2,0244$ **c)** $\approx 1,7782$

d) $= \frac{\log \frac{1}{3}}{\log 8}$ $\approx -0,5283$ **e)** $= \log 0,001 - \frac{\log 4}{\log 25}$ $\approx -3 - 0,4307$ $\approx -3,4307$ **f)** $= \frac{\log 40}{\log 2} \times \frac{\log \frac{7}{8}}{\log \frac{2}{3}}$ $\approx 5,3219 \times 0,3293$ $\approx 1,7527$

9. **a)** $\log_2 5$ **b)** $\log_3 16$ **c)** $\log_8 27$ **d)** $\log_t s$ **e)** $\log_v u^2$

Page 159

10. **a)**
$$\begin{aligned} 2^x &= 120 \\ x &= \log_2 120 \\ &= \frac{\log 120}{\log 2} \\ &\approx 6,9069 \end{aligned}$$
b)
$$\begin{aligned} 5^x &= 100 \\ x &= \log_5 100 \\ &= \frac{\log 100}{\log 5} \\ &\approx 2,8614 \end{aligned}$$
c)
$$\begin{aligned} 3^x &= 75 \\ x &= \log_3 75 \\ &= \frac{\log 75}{\log 3} \\ &\approx 3,9299 \end{aligned}$$
d)
$$\begin{aligned} 2(7)^x &= 36 \\ 7^x &= 18 \\ x &= \log_7 18 \\ &= \frac{\log 18}{\log 7} \\ &\approx 1,4854 \end{aligned}$$
e)
$$\begin{aligned} 4(0,9)^x &= 82 \\ 0,9^x &= 20,5 \\ x &= \log_{0,9} 20,5 \\ &= \frac{\log 20,5}{\log 0,9} \\ &\approx -28,6675 \end{aligned}$$
f)
$$\begin{aligned} 100(1,05)^x &= 3832 \\ 1,05^x &= 38,32 \\ x &= \log_{1,05} 38,32 \\ &= \frac{\log 38,32}{\log 1,05} \\ &\approx 74,7276 \end{aligned}$$
g)
$$\begin{aligned} 4^{3x} &= 28 \\ 3x &= \log_4 28 \\ x &= \frac{\log 28}{3 \log 4} \\ &\approx 0,8012 \end{aligned}$$
h)
$$\begin{aligned} 6^{4x} &= 512 \\ 4x &= \log_6 512 \\ x &= \frac{\log 512}{4 \log 6} \\ &\approx 0,8704 \end{aligned}$$
i)
$$\begin{aligned} 7^{\frac{x}{2}} &= 80 \\ \frac{x}{2} &= \log_7 80 \\ x &= \frac{2 \log 80}{\log 7} \\ &\approx 4,5038 \end{aligned}$$

11. **a)**
$$\begin{aligned} \log_3 x &= 2 \\ x &= 3^2 \\ &= 9 \end{aligned}$$
b)
$$\begin{aligned} \log_7 x &= 3 \\ x &= 7^3 \\ &= 343 \end{aligned}$$
c)
$$\begin{aligned} \log_8 x &= \frac{1}{3} \\ x &= 8^{\frac{1}{3}} \\ &= 2 \end{aligned}$$
d)
$$\begin{aligned} 2 \log 5x &= 4 \\ \log 5x &= 2 \\ 5x &= 10^2 \\ 5x &= 100 \\ x &= 20 \end{aligned}$$
e)
$$\begin{aligned} 3 \log_6 2x &= 12 \\ \log_6 2x &= 4 \\ 2x &= 6^4 \\ 2x &= 1296 \\ x &= 648 \end{aligned}$$
f)
$$\begin{aligned} 6 \log_4 8x &= 30 \\ \log_4 8x &= 5 \\ 8x &= 4^5 \\ 8x &= 1024 \\ x &= 128 \end{aligned}$$

12. t : Temps écoulé (en années)
$V(t)$: Valeur de la voiture (en $)
$V(t) = V_0(0{,}94)^t$, où V_0 est la valeur initiale de la voiture (en $).

$$\frac{1}{2}V_0 = V_0 \times 0{,}94^t$$
$$\frac{1}{2} = 0{,}94^t$$
$$t = \log_{0{,}94}\frac{1}{2} = \frac{\log\frac{1}{2}}{\log 0{,}94} \approx 11{,}2023 \text{ années}$$

Réponse : La voiture de Louka vaudra la moitié de sa valeur initiale après environ 11,2 années.

Page 160

13. a) $N(t) = 180(1{,}63)^t$
$N(6) = 180(1{,}63)^6$
$\approx 3375{,}97$
Donc, 3375 personnes.

En septembre 2014, $t = 6$ mois.

Réponse : En septembre 2014, il y avait 3375 personnes infectées.

b) $N(t) = 180(1{,}63)^t$
$25\ 000 = 180(1{,}63)^t$
$\frac{25\ 000}{180} = 1{,}63^t$
$138{,}\overline{8} = 1{,}63^t$
$t = \log_{1{,}63}138{,}\overline{8}$
$= \frac{\log 138{,}\overline{8}}{\log 1{,}63}$
$\approx 10{,}098$ mois

Réponse : Il y a eu 25 000 personnes infectées au cours du 10e mois après mars 2014, c'est-à-dire en janvier 2015.

14. a) t : Temps écoulé (en h)
$N(t)$: Nombre de bactéries

$N(t) = 500(3)^t$
$N(10) = 500(3)^{10}$
$= 29\ 524\ 500$ bactéries

Réponse : Il y aura 29 524 500 bactéries après 10 h.

b) $N(t) = 500(3)^t$
$1\ 000\ 000 = 500(3)^t$
$2000 = 3^t$
$t = \log_3 2000$
$= \frac{\log 2000}{\log 3}$
$\approx 6{,}9186$ h

Réponse : Il y aura 1 000 000 de bactéries après environ 6,92 h.

Page 161

15. a) $Q(t) \approx 2(0{,}999\ 876)^t$
$Q(1000) \approx 2(0{,}999\ 876)^{1000}$
$\approx 1{,}77$ mg

Réponse : Dans 1000 ans, la quantité de ^{14}C contenue dans cet organisme sera d'environ 1,77 mg.

b) $Q(t) \approx 2(0{,}999\ 876)^t$
$1 \approx 2(0{,}999\ 876)^t$
$0{,}5 \approx 0{,}999\ 876^t$
$t \approx \log_{0{,}999\ 876}0{,}5$
$\approx \frac{\log 0{,}5}{\log 0{,}999\ 876}$
$\approx 5589{,}55$ années

Réponse : Cet organisme contiendra 1 mg de ^{14}C environ 5590 ans après sa mort.

16. a) t : Temps écoulé (en jours)
$Q(t)$: Quantité d'eau dans la piscine (en L)

$Q(t) = 50\ 000(0{,}98)^t$
$Q(4{,}5) = 50\ 000(0{,}98)^{4{,}5}$
$\approx 45\ 654{,}89$ L

Réponse : Après 4,5 jours, il restera environ 45 654,89 L d'eau dans la piscine.

b) $50\ 000 - 6000 = 44\ 000$ L
$Q(t) = 50\ 000(0{,}98)^t$
$44\ 000 = 50\ 000(0{,}98)^t$
$0{,}88 = 0{,}98^t$
$t = \log_{0{,}98}0{,}88$
$\approx \frac{\log 0{,}88}{\log 0{,}98}$
$\approx 6{,}3275$ jours

Réponse : Après environ 6,33 jours, la quantité d'eau dans la piscine aura diminué de 6000 L.

Page 162

17. a) t : Temps écoulé depuis 2000 (en années)
$P(t)$: Population de la ville

$P(t) = 48\ 000(1{,}015)^t$
$P(10) = 48\ 000(1{,}015)^{10}$
$\approx 55\ 705{,}96$
Donc, 55 705 habitants.

En 2010, $t = 10$ années.

Réponse : En 2010, il y avait 55 705 habitants dans cette ville.

b) $P(t) = 48\ 000(1{,}015)^t$
$58\ 500 = 48\ 000(1{,}015)^t$
$1{,}218\ 75 = 1{,}015^t$
$t = \log_{1{,}015}1{,}218\ 75$
$= \frac{\log 1{,}218\ 75}{\log 1{,}015}$
$\approx 13{,}2871$ années

Réponse : Il y avait 58 500 habitants dans cette ville environ 13 ans après 2000, soit au courant de l'année 2013.

18. a) t : Temps écoulé (en h)
$Q(t)$: Quantité d'hélium dans le ballon (en cm³)

$$\begin{aligned} Q(t) &= 1500(0{,}93)^t \\ Q(12) &= 1500(0{,}93)^{12} \\ &\approx 627{,}89 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Réponse : Il y aura environ 627,89 cm³ d'hélium dans le ballon dans 12 h.

b)

$$\begin{aligned} Q(t) &= 1500(0{,}93)^t \\ 400 &= 1500(0{,}93)^t \\ 0{,}2\overline{6} &= 0{,}93^t \\ t &= \log_{0{,}93} 0{,}2\overline{6} \\ &= \frac{\log 0{,}2\overline{6}}{\log 0{,}93} \\ &\approx 18{,}2134 \text{ h} \end{aligned}$$

Réponse : Il y aura 400 cm³ d'hélium dans le ballon après environ 18,21 h.

SECTION 4.2 Intérêts simples

Page 165

1. a)

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_8 &= 3000(1 + 8 \times 2\ \%) \\ &= 3000(1{,}16) \\ &= 3480 \end{aligned}$$

Donc, 3480 $.

Réponse : Le capital accumulé est de 3480 $.

b)

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_5 &= 5500(1 + 5 \times 6\ \%) \\ &= 5500(1{,}3) \\ &= 7150 \end{aligned}$$

Donc, 7150 $.

Réponse : Le capital accumulé est de 7150 $.

c) $n = 3{,}25 \times 52 = 169$ semaines

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_{169} &= 8000(1 + 169 \times 0{,}1\ \%) \\ &= 8000(1{,}169) \\ &= 9352 \end{aligned}$$

Donc, 9352 $.

Réponse : Le capital accumulé est de 9352 $.

d) $n = 6{,}5 \times 2 = 13$ semestres

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_{13} &= 2000(1 + 13 \times 5\ \%) \\ &= 2000(1{,}65) \\ &= 3300 \end{aligned}$$

Donc, 3300 $.

Réponse : Le capital accumulé est de 3300 $.

Page 166

2. a) $n = 3{,}75 \times 4 = 15$ trimestres

$$\begin{aligned} C_0 &= C_n(1 + n \times i)^{-1} \\ C_0 &= 13\,650(1 + 15 \times 2\ \%)^{-1} \\ &= 13\,650(1{,}3)^{-1} \\ &= 10\,500 \end{aligned}$$

Donc, 10 500 $.

Réponse : Le capital initial est de 10 500 $.

b)

$$\begin{aligned} C_0 &= C_n(1 + n \times i)^{-1} \\ C_0 &= 3448{,}50(1 + 7 \times 8\ \%)^{-1} \\ &= 3448{,}50(1{,}56)^{-1} \\ &\approx 2210{,}58 \end{aligned}$$

Donc, 2210,58 $.

Réponse : Le capital initial est de 2210,58 $.

c) $n = 8{,}25 \times 2 = 16{,}5$ semestres

$$\begin{aligned} C_0 &= C_n(1 + n \times i)^{-1} \\ C_0 &= 9144{,}63(1 + 16{,}5 \times 5{,}25\ \%)^{-1} \\ &= 9144{,}63(1{,}866\,25)^{-1} \\ &\approx 4900 \end{aligned}$$

Donc, 4900 $.

Réponse : Le capital initial est de 4900 $.

d)

$$\begin{aligned} C_0 &= C_n(1 + n \times i)^{-1} \\ C_0 &= 10\,420{,}75(1 + 9{,}5 \times 4{,}5\ \%)^{-1} \\ &= 10\,420{,}75(1{,}4275)^{-1} \\ &= 7300 \end{aligned}$$

Donc, 7300 $.

Réponse : Le capital initial est de 7300 $.

3. a)

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 3059 &= 2300(1 + n \times 1{,}5\ \%) \\ \frac{3059}{2300} &= 1 + 0{,}015n \\ 1{,}33 - 1 &= 0{,}015n \\ n &= \frac{0{,}33}{0{,}015} \\ &= 22 \end{aligned}$$

Donc, 22 mois.

Réponse : La durée est de 22 mois, soit 1 an et 10 mois.

b)

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 7701{,}25 &= 6100(1 + n \times 3{,}5\ \%) \\ \frac{7701{,}25}{6100} &= 1 + 0{,}035n \\ 1{,}2625 - 1 &= 0{,}035n \\ n &= \frac{0{,}2625}{0{,}035} \\ &= 7{,}5 \end{aligned}$$

Donc, 7,5 ans.

Réponse : La durée est de 7,5 ans.

Page 167

c)
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 10\,893,70 &= 8200(1 + n \times 0,03\ \%) \\ \frac{10\,893,70}{8200} &= 1 + 0,0003n \\ 1,3285 - 1 &= 0,0003n \\ n &= \frac{0,3285}{0,0003} \\ &= 1095 \end{aligned}$$

Donc, 1095 jours.

Réponse : La durée est de 1095 jours, soit 3 ans.

d)
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 5575,90 &= 3700(1 + n \times 0,15\ \%) \\ \frac{5575,90}{3700} &= 1 + 0,0015n \\ 1,507 - 1 &= 0,0015n \\ n &= \frac{0,507}{0,0015} \\ &= 338 \end{aligned}$$

Donc, 338 semaines.

Réponse : La durée est de 338 semaines, soit 6,5 ans.

4. a) $n = 3,5 \times 12 = 42$ mois
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 15\,780 &= 12\,000(1 + 42 \times i) \\ \frac{15\,780}{12\,000} &= 1 + 42i \\ 1,315 - 1 &= 42i \\ i &= \frac{0,315}{42} \\ &= 0,0075 \end{aligned}$$

Donc, 0,75 %.

Réponse : Le taux d'intérêt simple mensuel est de 0,75 %.

b)
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 14\,620 &= 8500(1 + 8 \times i) \\ \frac{14\,620}{8500} &= 1 + 8i \\ 1,72 - 1 &= 8i \\ i &= \frac{0,72}{8} \\ &= 0,09 \end{aligned}$$

Donc, 9 %.

Réponse : Le taux d'intérêt simple annuel est de 9 %.

c) $n = 3 \times 2 = 6$ semestres
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 13\,840 &= 10\,000(1 + 6 \times i) \\ \frac{13\,840}{10\,000} &= 1 + 6i \\ 1,384 - 1 &= 6i \\ i &= \frac{0,384}{6} \\ &= 0,064 \end{aligned}$$

Donc, 6,4 %.

Réponse : Le taux d'intérêt simple semestriel est de 6,4 %.

d) $n = 7 \times 4 = 28$ trimestres
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 5604 &= 3000(1 + 28 \times i) \\ \frac{5604}{3000} &= 1 + 28i \\ 1,868 - 1 &= 28i \\ i &= \frac{0,868}{28} \\ &= 0,031 \end{aligned}$$

Donc, 3,1 %.

Réponse : Le taux d'intérêt simple trimestriel est de 3,1 %.

Page 168

5.
$$\begin{aligned} C_0 &= C_n(1 + n \times i)^{-1} \\ C_0 &= 6777(1 + 3 \times 8,5\ \%)^{-1} \\ &= 6777(1,255)^{-1} \\ &= 5400 \end{aligned}$$

Donc, 5400 $.

Réponse : Elle a emprunté une somme de 5400 $.

6.
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 4124,40 &= 2800(1 + n \times 11\ \%) \\ \frac{4124,40}{2800} &= 1 + 0,11n \\ 1,473 - 1 &= 0,11n \\ n &= \frac{0,473}{0,11} \\ &= 4,3 \end{aligned}$$

Donc, 4,3 ans.

Réponse : La durée de l'emprunt a été de 4,3 ans.

7.
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 3514,50 &= 3300(1 + 130 \times i) \\ \frac{3514,50}{3300} &= 1 + 130i \\ 1,065 - 1 &= 130i \\ i &= \frac{0,065}{130} \\ &= 0,0005 \end{aligned}$$

Donc, 0,05 %.

Réponse : Le taux d'intérêt simple quotidien de la firme était de 0,05 %.

Page 169

8. Option A :
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_{4,5} &= 3000(1 + 4,5 \times 15,3\ \%) \\ &= 3000(1,6885) \\ &= 5065,50 \end{aligned}$$

Donc, 5065,50 $.

Option B :

$n = 4,5 \times 12 = 54$ mois
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_{54} &= 3000(1 + 54 \times 1,275\ \%) \\ &= 3000(1,6885) \\ &= 5065,50 \end{aligned}$$

Donc, 5065,50 $.

Réponse : N'importe laquelle. Les deux options de remboursement donnent le même montant, soit 5065,50 $.

9. Capital initial placé :

$n = 6 \times 4 = 24$ trimestres
$$\begin{aligned} C_0 &= C_n(1 + n \times i)^{-1} \\ C_0 &= 17\,470,40(1 + 24 \times 1,8\ \%)^{-1} \\ &= 17\,470,40(1,432)^{-1} \\ &= 12\,200 \end{aligned}$$

Donc, 12 200 $.

Intérêts récoltés :

17 470, 40 − 12 200 = 5270,40 $

Réponse : Le montant obtenu en intérêts est de 5270,40 $.

10. $n = 1 \times 12 = 12$ mois

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 2000 &= 1000(1 + 12 \times i) \\ \frac{2000}{1000} &= 1 + 12i \\ 2 - 1 &= 12i \\ i &= \frac{1}{12} \\ &= 0{,}08\overline{3} \end{aligned}$$

Donc, $8\frac{1}{3}$ %.

Réponse : Elle doit le placer à un taux d'intérêt simple mensuel de $8\frac{1}{3}$ %.

Page 170

11.

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_{40} &= 1000(1 + 40 \times 8\ \%) \\ &= 1000(4{,}2) \\ &= 4200 \end{aligned}$$

$4200 \div 1000 = 4{,}2$

Donc, 4200 $.

Réponse : Oui. Le capital de 1000 $ vaudra 4200 $ dans 40 ans, soit 4,2 fois sa valeur initiale.

12. Durée du 1er placement :

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 2000 &= 781{,}25(1 + n \times 0{,}3\ \%) \\ \frac{2000}{781{,}25} &= 1 + 0{,}003n \\ 2{,}56 - 1 &= 0{,}003n \\ n &= \frac{1{,}56}{0{,}003} \\ &= 520 \end{aligned}$$

Donc, 520 semaines.

Capital initial du 2^{e} placement :

$C_n = 5000 - 2000 = 3000$

$n = 10 \times 12 = 120$ mois

$$\begin{aligned} C_0 &= C_n(1 + n \times i)^{-1} \\ C_0 &= 3000(1 + 120 \times 1{,}35\ \%)^{-1} \\ &= 3000(2{,}62)^{-1} \\ &\approx 1145{,}04 \end{aligned}$$

Donc, 1145,04 $.

Réponse : Frédérick a investi une somme de 1145,04 $ dans le 2^{e} placement.

13. Capital accumulé après le 1er placement :

$n = 4 \times 2 = 8$ semestres

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_8 &= 6000(1 + 8 \times 7{,}2\ \%) \\ &= 6000(1{,}576) \\ &= 9456 \end{aligned}$$

Donc, 9456 $.

Taux d'intérêt du 2^{e} placement :

$n = 3 \times 12 = 36$ mois

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 15\,000 &= 9456(1 + 36 \times i) \\ \frac{15\,000}{9456} &= 1 + 36i \\ 1{,}586\,294 - 1 &\approx 36i \\ i &\approx \frac{0{,}586\,294}{36} \\ &\approx 0{,}0163 \end{aligned}$$

Donc, environ 1,63 %.

Réponse : Stéphane doit faire le 2^{e} placement à un taux d'intérêt simple mensuel d'environ 1,63 %.

SECTION 4.3 Intérêts composés

Page 174

1. a)

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + i)^n \\ C_6 &= 4000(1 + 5\ \%)^6 \\ &= 4000(1{,}05)^6 \\ &\approx 5360{,}38 \end{aligned}$$

Donc, 5360,38 $.

Réponse : Le capital accumulé est de 5360,38 $.

b) $n = 5 \times 12 = 60$ mois

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + i)^n \\ C_{60} &= 2500(1 + 1{,}5\ \%)^{60} \\ &= 2500(1{,}015)^{60} \\ &\approx 6108{,}05 \end{aligned}$$

Donc, 6108,05 $.

Réponse : Le capital accumulé est de 6108,05 $.

c) $n = 6 \times 2 = 12$ semestres

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + i)^n \\ C_{12} &= 4500(1 + 4\ \%)^{12} \\ &= 4500(1{,}04)^{12} \\ &\approx 7204{,}64 \end{aligned}$$

Donc, 7204,64 $.

Réponse : Le capital accumulé est de 7204,64 $.

d) $n = 3 \times 52 = 156$ semaines

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + i)^n \\ C_{156} &= 3000(1 + 0{,}2\ \%)^{156} \\ &= 3000(1{,}002)^{156} \\ &\approx 4097{,}19 \end{aligned}$$

Donc, 4097,19 $.

Réponse : Le capital accumulé est de 4097,19 $.

2. a) $C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$
$C_0 = 5796{,}37(1 + 3\ \%)^{-5}$
$= 5796{,}37(1{,}03)^{-5}$
≈ 5000

Donc, 5000 $.

Réponse : Le capital initial est de 5000 $.

b) $n = 3{,}5 \times 4 = 14$ trimestres
$C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$
$C_0 = 4618{,}18(1 + 2\ \%)^{-14}$
$= 4618{,}18(1{,}02)^{-14}$
≈ 3500

Donc, 3500 $.

Réponse : Le capital initial est de 3500 $.

c) $C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$
$C_0 = 7612{,}98(1 + 6{,}5\ \%)^{-8}$
$= 7612{,}98(1{,}065)^{-8}$
≈ 4600

Donc, 4600 $.

Réponse : Le capital initial est de 4600 $.

d) $n = 4{,}5 \times 2 = 9$ semestres
$C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$
$C_0 = 7574{,}63(1 + 2{,}25\ \%)^{-9}$
$= 7574{,}63(1{,}0225)^{-9}$
≈ 6200

Donc, 6200 $.

Réponse : Le capital initial est de 6200 $.

Page 175

3. a)
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + i)^n \\ 6842{,}85 &= 5000(1 + 4\ \%)^n \\ \frac{6842{,}85}{5000} &= 1{,}04^n \\ 1{,}368\,57 &= 1{,}04^n \\ n &= \log_{1{,}04} 1{,}368\,57 \\ &= \frac{\log 1{,}368\,57}{\log 1{,}04} \\ &\approx 8 \end{aligned}$$

Donc, 8 ans.

Réponse : La durée est de 8 ans.

b)
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + i)^n \\ 1713{,}90 &= 1200(1 + 2\ \%)^n \\ \frac{1713{,}90}{1200} &= 1{,}02^n \\ 1{,}428\,25 &= 1{,}02^n \\ n &= \log_{1{,}02} 1{,}428\,25 \\ &= \frac{\log 1{,}428\,25}{\log 1{,}02} \\ &\approx 18 \end{aligned}$$

Donc, 18 mois.

Réponse : La durée est de 18 mois, soit 1 an et 6 mois.

c)
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + i)^n \\ 907{,}73 &= 700(1 + 0{,}1\ \%)^n \\ \frac{907{,}73}{700} &= 1{,}001^n \\ 1{,}296\,757 &\approx 1{,}001^n \\ n &\approx \log_{1{,}001} 1{,}296\,757 \\ &\approx \frac{\log 1{,}296\,757}{\log 1{,}001} \\ &\approx 260 \end{aligned}$$

Donc, 260 semaines.

Réponse : La durée est de 260 semaines, soit 5 ans.

d)
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + i)^n \\ 18\,983{,}91 &= 12\,800(1 + 0{,}027\ \%)^n \\ \frac{18\,983{,}91}{12\,800} &= 1{,}000\,27^n \\ 1{,}483\,118 &\approx 1{,}000\,27^n \\ n &\approx \log_{1{,}000\,27} 1{,}483\,118 \\ &\approx \frac{\log 1{,}483\,118}{\log 1{,}000\,27} \\ &\approx 1460 \end{aligned}$$

Donc, 1460 jours.

Réponse : La durée est de 1460 jours, soit 4 ans.

Page 176

4. a)
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + i)^n \\ 3197{,}67 &= 2600(1 + i)^7 \\ \frac{3197{,}67}{2600} &= (1 + i)^7 \\ \left(\frac{3197{,}67}{2600}\right)^{\frac{1}{7}} &= 1 + i \\ i &= \left(\frac{3197{,}67}{2600}\right)^{\frac{1}{7}} - 1 \\ &\approx 0{,}03 \end{aligned}$$

Donc, 3 %.

Réponse : Le taux d'intérêt composé annuel est de 3 %.

b) $n = 4{,}5 \times 12 = 54$ mois
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + i)^n \\ 2306{,}53 &= 1500(1 + i)^{54} \\ \frac{2306{,}53}{1500} &= (1 + i)^{54} \\ \left(\frac{2306{,}53}{1500}\right)^{\frac{1}{54}} &= 1 + i \\ i &= \left(\frac{2306{,}53}{1500}\right)^{\frac{1}{54}} - 1 \\ &\approx 0{,}008 \end{aligned}$$

Donc, 0,8 %.

Réponse : Le taux d'intérêt composé mensuel est de 0,8 %.

c) $n = 8 \times 4 = 32$ trimestres

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+i)^n \\ 4399{,}45 &= 3100(1+i)^{32} \\ \frac{4399{,}45}{3100} &= (1+i)^{32} \\ \left(\frac{4399{,}45}{3100}\right)^{\frac{1}{32}} &= 1+i \\ i &= \left(\frac{4399{,}45}{3100}\right)^{\frac{1}{32}} - 1 \\ &\approx 0{,}011 \end{aligned}$$

Donc, 1,1 %.

Réponse : Le taux d'intérêt composé trimestriel est de 1,1 %.

d) $n = 5 \times 2 = 10$ semestres

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+i)^n \\ 9783{,}71 &= 6300(1+i)^{10} \\ \frac{9783{,}71}{6300} &= (1+i)^{10} \\ \left(\frac{9783{,}71}{6300}\right)^{\frac{1}{10}} &= 1+i \\ i &= \left(\frac{9783{,}71}{6300}\right)^{\frac{1}{10}} - 1 \\ &\approx 0{,}045 \end{aligned}$$

Donc, 4,5 %.

Réponse : Le taux d'intérêt composé semestriel est de 4,5 %.

Page 177

5. a) Il y a 5 années complètes où les intérêts composés s'appliquent.

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+i)^n \\ C_5 &= 9200(1+4\ \%)^5 \\ &= 9200(1{,}04)^5 \\ &\approx 11\,193{,}21 \end{aligned}$$

Donc, 11 193,21 $.

Après 5 années complètes, le capital accumulé sera de 11 193,21 $.

Il y a 6 mois, soit $\frac{6}{12} = 0{,}5$ année, où les intérêts simples s'appliquent.

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_{0,5} &= 11\,193{,}21(1 + 0{,}5 \times 4\ \%) \\ &= 11\,193{,}21(1{,}02) \\ &\approx 11\,417{,}07 \end{aligned}$$

Donc, 11 417,07 $.

Réponse : Après 5 ans et 6 mois, le capital accumulé sera de 11 417,07 $.

b) Il y a 4 années complètes où les intérêts composés s'appliquent.

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+i)^n \\ C_4 &= 6600(1+7\ \%)^4 \\ &= 6600(1{,}07)^4 \\ &\approx 8651{,}25 \end{aligned}$$

Donc, 8651,25 $.

Après 4 années complètes, le capital accumulé sera de 8651,25 $.

Il y a 9 mois, soit $\frac{9}{12} = 0{,}75$ année, où les intérêts simples s'appliquent.

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_{0,75} &= 8651{,}25(1 + 0{,}75 \times 7\ \%) \\ &= 8651{,}25(1{,}0525) \\ &\approx 9105{,}44 \end{aligned}$$

Donc, 9105,44 $.

Réponse : Après 4 ans et 9 mois, le capital accumulé sera de 9105,44 $.

6.

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+i)^n \\ C_5 &= 300(1+4\ \%)^5 \\ &= 300(1{,}04)^5 \\ &\approx 365 \end{aligned}$$

Donc, 365 $.

Réponse : La valeur de ce placement sera de 365 $ dans 5 ans.

7.

$$\begin{aligned} C_0 &= C_n(1+i)^{-n} \\ C_0 &= 3000(1+7\ \%)^{-5} \\ &= 3000(1{,}07)^{-5} \\ &\approx 2138{,}96 \end{aligned}$$

Donc, 2138,96 $.

Réponse : Martin doit placer une somme de 2138,96 $ afin d'amasser l'argent nécessaire pour ce voyage.

Page 178

8.

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+i)^n \\ 3355{,}38 &= 2000(1+1\ \%)^n \\ \frac{3355{,}38}{2000} &= 1{,}01^n \\ 1{,}677\,69 &= 1{,}01^n \\ n &= \log_{1,01} 1{,}677\,69 \\ &= \frac{\log 1{,}677\,69}{\log 1{,}01} \\ &\approx 52 \end{aligned}$$

Donc, 52 mois.

Réponse : La dette de Nicole s'élèvera à 3355,38 $ dans 52 mois, soit 4 ans et 4 mois.

9.

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+\mathrm{i})^n \\ 3211{,}74 &= 2400(1+i)^5 \\ \frac{3211{,}74}{2400} &= (1+i)^5 \\ \left(\frac{3211{,}74}{2400}\right)^{\frac{1}{5}} &= 1+i \\ i &= \left(\frac{3211{,}74}{2400}\right)^{\frac{1}{5}} - 1 \\ &\approx 0{,}06 \end{aligned}$$

Donc, 6 %.

Réponse : Le taux d'intérêt composé annuel du dépôt à terme est de 6 %.

10. $n = 3 \times 2 = 6$ semestres

$$\begin{aligned} C_0 &= C_n(1+i)^{-n} \\ &= 5200(1+6\ \%)^{-6} \\ &= 5200(1{,}06)^{-6} \\ &\approx 3665{,}79 \end{aligned}$$

Donc, 3665,79 $.

Réponse : L'entrepreneur a emprunté 3665,79 $.

Page 179

11. a) **1)** $n = 3 \times 12 = 36$ mois

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$
$$C_{36} = 20\,000(1 + 0{,}42\ \%)^{36}$$
$$= 20\,000(1{,}0042)^{36}$$
$$\approx 23\,257{,}22$$

Donc, 23 257,22 $.

Réponse : La valeur de ce placement sera de 23 257,22 $ dans 3 ans.

2) $n = 7 \times 12 = 84$ mois

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$
$$C_{84} = 20\,000(1 + 0{,}42\ \%)^{84}$$
$$= 20\,000(1{,}0042)^{84}$$
$$\approx 28\,439{,}91$$

Donc, 28 439,91 $.

Réponse : La valeur de ce placement sera de 28 439,91 $ dans 7 ans.

3) $n = 11 \times 12 = 132$ mois

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$
$$C_{132} = 20\,000(1 + 0{,}42\ \%)^{132}$$
$$= 20\,000(1{,}0042)^{132}$$
$$\approx 34\,777{,}52$$

Donc, 34 777,52 $.

Réponse : La valeur de ce placement sera de 34 777,52 $ dans 11 ans.

b) Écart de la valeur de ce placement entre la 3^e et la 7^e année :
28 439,91 − 23 257,22 = 5182,69 $

Écart de la valeur de ce placement entre la 7^e et la 11^e année :
34 777,52 − 28 439,91 = 6337,61 $

Réponse : L'écart est plus grand entre la 7^e et la 11^e année qu'entre la 3^e et la 7^e année. Ceci s'explique par le fait que les intérêts sont composés, c'est-à-dire que les intérêts antérieurs s'ajoutent au capital au cours des capitalisations suivantes.

12.

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$
$$5453{,}44 = 4300(1 + 2\ \%)^n$$
$$\frac{5453{,}44}{4300} = 1{,}02^n$$
$$1{,}268\,242 \approx 1{,}02^n$$
$$n \approx \log_{1{,}02}1{,}268\,242$$
$$\approx \frac{\log 1{,}268\,242}{\log 1{,}02}$$
$$\approx 12$$

Donc, 12 semestres.

Réponse : Jérémy remboursera son emprunt dans 12 semestres, soit 6 ans.

Page 180

13. La nièce de Yannick aura 18 ans dans 11 ans. La durée du placement est donc de 11 ans.

Pour tripler, le capital accumulé dans la fiducie doit atteindre 12 000 $.

$n = 11 \times 4 = 44$ trimestres

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$
$$12\,000 = 4000(1 + i)^{44}$$
$$\frac{12\,000}{4000} = (1 + i)^{44}$$
$$3^{\frac{1}{44}} = 1 + i$$
$$i = 3^{\frac{1}{44}} - 1$$
$$\approx 0{,}025\,283$$

Donc, environ 2,53 %.

Réponse : Le taux d'intérêt composé trimestriel de la fiducie doit être d'environ 2,53 %.

14. Il y a 6 années complètes où les intérêts composés s'appliquent.

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$
$$C_6 = 5000(1 + 7\ \%)^6$$
$$= 5000(1{,}07)^6$$
$$\approx 7503{,}65$$

Donc, 7503,65 $.

Il y a 3 mois, soit $\frac{3}{12} = 0{,}25$ année, où les intérêts simples s'appliquent.

$$C_n = C_0(1 + n \times i)$$
$$C_{0{,}25} = 7503{,}65(1 + 0{,}25 \times 7\ \%)$$
$$= 7503{,}65(1{,}0175)$$
$$\approx 7634{,}96$$

Donc, 7634,96 $.

Réponse : Dans 6 ans et 3 mois, leur dette s'élèvera à 7634,96 $.

15. Capital initial permettant d'obtenir un capital accumulé de 10 700 $ à la seconde banque :

$n = 6 \times 12 = 72$ mois

$$C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$$
$$C_0 = 10\,700(1 + 0{,}65\ \%)^{-72}$$
$$= 10\,700(1{,}0065)^{-72}$$
$$\approx 6711{,}07$$

Donc, 6711,07 $.

Réponse : Sonia devrait accepter l'offre de la seconde banque, car pour obtenir le même capital accumulé qu'avec l'offre de la première banque, soit 10 700 $, son capital initial serait moins élevé, soit 6711,07 $ plutôt que 7000 $.

Page 181

16. Option A

$n = 5 \times 12 = 60$ mois

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$
$$C_{60} = 2000(1 + 1\ \%)^{60}$$
$$= 2000(1{,}01)^{60}$$
$$\approx 3633{,}39$$

Donc, 3633,39 $.

Option B

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$
$$C_5 = 2000(1 + 12{,}6825\ \%)^5$$
$$= 2000(1{,}126\,825)^5$$
$$\approx 3633{,}39$$

Donc, 3633,39 $.

Réponse : N'importe laquelle. Pour les deux options, la dette s'élèvera à 3633,39 $ dans 5 ans.

17. Valeur du triple de la somme investie :
$3500 \times 3 = 10\,500$ $
Durée en jours de l'investissement :
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+i)^n \\ 10\,500 &= 3500(1+0{,}02\ \%)^n \\ \frac{10\,500}{3500} &= 1{,}0002^n \\ 3 &= 1{,}0002^n \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} n &= \log_{1{,}0002} 3 \\ &= \frac{\log 3}{\log 1{,}0002} \\ &\approx 5493{,}61 \end{aligned}$$
Donc, 5494 jours.

Durée en années de l'investissement :
$5494 \div 365 \approx 15{,}05$ ans
Donc, 15 ans.

Réponse : L'enfant aura 15 ans lorsque cette somme aura triplé.

18. Premier placement :
$n = 7 \times 4 = 28$ trimestres
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+i)^n \\ C_{28} &= 15\,000(1+1{,}4\ \%)^{28} \\ &= 15\,000(1{,}014)^{28} \\ &\approx 22\,138{,}80 \end{aligned}$$
Donc, 22 138,80 $.

Deuxième placement :
$n = 7 \times 52 = 364$ semaines
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+i)^n \\ C_{364} &= 22\,138{,}80(1+0{,}1\ \%)^{364} \\ &= 22\,138{,}80(1{,}001)^{364} \\ &\approx 31\,853{,}58 \end{aligned}$$
Donc, 31 853,58 $.

Intérêts générés :
$31\,853{,}58 - 15\,000$
$= 16\,853{,}58$ $

Réponse : Après 14 ans, les intérêts générés s'élèveront à 16 853,58 $.

Page 182

19. Il y a 7 années complètes où les intérêts composés s'appliquent.
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+i)^n \\ C_7 &= 13\,000(1+4{,}5\ \%)^7 \\ &= 13\,000(1{,}045)^7 \\ &\approx 17\,691{,}20 \end{aligned}$$
Donc, 17 691,20 $.

Il y a 9 mois, soit $\frac{9}{12} = 0{,}75$ année, où les intérêts simples s'appliquent.
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+n \times i) \\ C_{0,75} &= 17\,691{,}20(1+0{,}75 \times 4{,}5\ \%) \\ &= 17\,691{,}20(1{,}033\,75) \\ &\approx 18\,288{,}28 \end{aligned}$$
Donc, 18 288,28 $.

Réponse : Après 7 ans et 9 mois, Annick devra verser 18 288,28 $ à son ami.

20. Premier placement :

Capital accumulé :
$40\ \% \times 15\,000 = 6000$ $

Capital initial :
$$\begin{aligned} C_0 &= C_n(1+i)^{-n} \\ &= 6000(1+6{,}45\ \%)^{-10} \\ &= 6000(1{,}0645)^{-10} \\ &\approx 3211{,}40 \end{aligned}$$
Donc, 3211,40 $.

Deuxième placement :
$40 - 22 - 10 = 8$ ans
$n = 8 \times 12 = 96$ mois

Taux d'intérêt mensuel pour un capital accumulé de 15 000 $:
$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1+i)^n \\ 15\,000 &= 6000(1+i)^{96} \\ \frac{15\,000}{6000} &= (1+i)^{96} \\ 2{,}5^{\frac{1}{96}} &= 1+i \\ i &= 2{,}5^{\frac{1}{96}} - 1 \\ &= 0{,}009\,59 \end{aligned}$$
Donc, environ 0,96 %.

Réponse : La somme d'argent placée par Sandra est de 3211,40 $ et le deuxième placement doit être effectué à un taux d'intérêt composé mensuel d'environ 0,96 %.

SECTION 4.4 Autres contextes financiers

Page 185

1. Salaire horaire de Damien dans 8 ans :
$$\begin{aligned} V_n &= V_0(1+i)^n \\ V_8 &= 15{,}25(1+4\ \%)^8 \\ &= 15{,}25(1{,}04)^8 \\ &\approx 20{,}87 \end{aligned}$$
Donc, 20,87 $.

Salaire horaire de Samuel dans 8 ans :
$$\begin{aligned} V_n &= V_0(1+i)^n \\ V_8 &= 13{,}40(1+5\ \%)^8 \\ &= 13{,}40(1{,}05)^8 \\ &\approx 19{,}80 \end{aligned}$$
Donc, 19,80 $.

Comparaison des salaires horaires : $20{,}87 > 19{,}80$

Réponse : Damien aura le salaire horaire le plus élevé, soit 20,87 $, comparativement à Samuel qui aura un salaire horaire de 19,80 $.

Page 186

2. $V_0 = V_n(1 - i)^{-n}$

$V_0 = 4861(1 - 9,5\ \%)^{-7}$

$= 4861(0,905)^{-7}$

$\approx 9776,55$

Donc, 9776,55 $.

Réponse : Mahée a payé sa motoneige 9776,55 $.

3. Prix de vente de l'immeuble :

450 000 + 400 000 = 850 000 $

Taux d'augmentation annuel moyen de la valeur de l'immeuble :

$V_n = V_0(1 + i)^n$

$850\ 000 = 450\ 000(1 + i)^{15}$

$\frac{850\ 000}{450\ 000} = (1 + i)^{15}$

$\left(\frac{17}{9}\right)^{\frac{1}{15}} = 1 + i$

$i = \left(\frac{17}{9}\right)^{\frac{1}{15}} - 1$

$\approx 0,0433$

Donc, environ 4,33 %.

Réponse : Le taux d'augmentation annuel moyen de la valeur de l'immeuble à logements devra être d'environ 4,33 %.

4. Valeur à neuf du véhicule A :

$V_0 = V_n(1 - i)^{-n}$

$V_0 = 15\ 155(1 - 20\ \%)^{-4}$

$= 15\ 155(0,8)^{-4}$

$\approx 36\ 999,51$

Donc, 36 999,51 $.

Valeur à neuf du véhicule B :

$V_0 = V_n(1 - i)^{-n}$

$V_0 = 12\ 340(1 - 25\ \%)^{-4}$

$= 12\ 340(0,75)^{-4}$

$\approx 39\ 000,49$

Donc, 39 000,49 $.

Valeur à neuf du véhicule C :

$V_0 = V_n(1 - i)^{-n}$

$V_0 = 9125(1 - 30\ \%)^{-4}$

$= 9125(0,7)^{-4}$

$\approx 38\ 005$

Donc, 38 005 $.

Réponse : Le véhicule B est celui qui avait la plus grande valeur à neuf, soit 39 000,49 $.

Page 187

5. Valeur du réfrigérateur dans 10 ans :

$V_n = V_0(1 - i)^n$

$V_{10} = 1900(1 - 11\ \%)^{10}$

$= 1900(0,89)^{10}$

$\approx 592,45$

Donc, 592,45 $.

Valeur de la cuisinière dans 10 ans :

$V_n = V_0(1 - i)^n$

$V_{10} = 2400(1 - 8\ \%)^{10}$

$= 2400(0,92)^{10}$

$\approx 1042,53$

Donc, 1042,53 $.

Valeur du lave-vaisselle dans 10 ans :

$V_n = V_0(1 - i)^n$

$V_{10} = 1100(1 - 14\ \%)^{10}$

$= 1100(0,86)^{10}$

$\approx 243,43$

Donc, 243,43 $.

Valeur de revente des trois électroménagers : 592,45 + 1042,53 + 243,43 = 1878,41 $

Réponse : Juliette peut espérer recevoir 1878,41 $ de la revente de ses électroménagers.

6. $V_n = V_0(1 + i)^n$

$776,67 = 712(1 + i)^{58}$

$\frac{776,67}{712} = (1 + i)^{58}$

$\left(\frac{776,67}{712}\right)^{\frac{1}{58}} = 1 + i$

$i = \left(\frac{776,67}{712}\right)^{\frac{1}{58}} - 1$

$\approx 0,0015$

Donc, 0,15 %.

Réponse : Le taux journalier de la pénalité exigée par la commission scolaire est de 0,15 %.

7. Durée pour que le prix double à un taux d'inflation de 6 % :

$V_n = V_0(1 + i)^n$

$2000 = 1000(1 + 6\ \%)^n$

$\frac{2000}{1000} = 1,06^n$

$2 = 1,06^n$

$n = \log_{1,06}2$

$= \frac{\log 2}{\log 1,06}$

$\approx 11,8957$ années

Donc, environ 11,9 années.

Durée pour que le prix double à un taux d'inflation de 12 % :

$V_n = V_0(1 + i)^n$

$2000 = 1000(1 + 12\ \%)^n$

$\frac{2000}{1000} = 1,12^n$

$2 = 1,12^n$

$n = \log_{1,12}2$

$= \frac{\log 2}{\log 1,12}$

$\approx 6,1163$ années

Donc, environ 6,12 années.

Comparaison :

$11,9 \div 6,12 \approx 1,94$

Réponse : Non. Le prix d'un bien ne doublera pas deux fois plus vite à un taux d'inflation de 12 % par rapport à un taux d'inflation de 6 %.

Page 188

8. a) $V_n = V_0(1 + i)^n$
$V_8 = 5{,}15(1 + 5\ \%)^8$
$= 5{,}15(1{,}05)^8$
$\approx 7{,}61$

Donc, 7,61 $.

Réponse : Une boîte de sirop d'érable coûtait 7,61 $ en 2008.

b) $V_n = V_0(1 + i)^n$
$10{,}40 = 5{,}15(1 + 5\ \%)^n$
$\frac{10{,}40}{5{,}15} = 1{,}05^n$
$2{,}019\,417 \approx 1{,}05^n$

$n \approx \log_{1{,}05}2{,}019\,417$
$\approx \frac{\log 2{,}019\,417}{\log 1{,}05}$
$\approx 14{,}4047$ années

$2000 + 14{,}4047$
$= 2014{,}4047$

Donc, 2014.

Réponse : Une boîte de sirop d'érable coûtait 10,40 $ en 2014.

9. Taux d'augmentation annuel moyen du prix des aliments :
$V_n = V_0(1 + i)^n$
$232{,}85 = 210(1 + i)^2$
$\frac{232{,}85}{210} = (1 + i)^2$
$\left(\frac{232{,}85}{210}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + i$

$i = \left(\frac{232{,}85}{210}\right)^{\frac{1}{2}} - 1$
$\approx 0{,}053$

Donc, 5,3 %.

Budget à prévoir dans 10 ans :
$V_n = V_0(1 + i)^n$
$V_{10} = 210(1 + 5{,}3\ \%)^{10}$
$= 210(1{,}053)^{10}$
$\approx 351{,}97$

Donc, 351,97 $.

Réponse : Si la tendance se maintient, cette famille devra prévoir un budget hebdomadaire de 351,97 $ pour faire son épicerie dans 10 ans.

10. Valeur des actions de Manolo 7 mois après leur achat :
$V_n = V_0(1 + i)^n$
$V_7 = 1003{,}21(1 + 3\ \%)^7$
$= 1003{,}21(1{,}03)^7$
$\approx 1233{,}82$

Donc, 1233,82 $.

Valeur des actions de Cindy lors de l'achat :
$V_0 = V_n(1 - i)^{-n}$
$V_0 = 1006{,}02(1 - 4\ \%)^{-12}$
$= 1006{,}02(0{,}96)^{-12}$
$\approx 1641{,}92$

Donc, 1641,92 $.

Valeur des actions de Cindy 7 mois après leur achat :
$V_n = V_0(1 - i)^n$
$V_7 = 1641{,}92(1 - 4\ \%)^7$
$= 1641{,}92(0{,}96)^7$
$\approx 1233{,}82$

Donc, 1233,82 $.

Réponse : Les actions de Manolo et de Cindy avaient la même valeur 7 mois après leur achat, soit 1233,82 $.

MÉLI-MÉLO

Page 189

1. a) $\log_7 343 = 3$ **b)** $\log_8 4096 = 4$ **c)** $6^5 = 7776$ **d)** $10^{-3} = \frac{1}{1000}$

2. a) $= 2 + 2(0) + 3(4) - 3$
$= 11$

b) $= 2(3) + 5 - 6(3) + 2$
$= -5$

3. a) $2(6)^x = 26$
$6^x = 13$
$x = \log_6 13$
$= \frac{\log 13}{\log 6}$
$\approx 1{,}4315$

b) $4\log_4 256x = 20$
$\log_4 256x = 5$
$256x = 4^5$
$256x = 1024$
$x = 4$

4. a) $C_n = C_0(1 + n \times i)$
$C_{5{,}75} = 7000(1 + 5{,}75 \times 8\ \%)$
$= 7000(1{,}46)$
$= 10\,220$

Donc, 10 220 $.

Réponse : Le capital accumulé est de 10 220 $.

b) $n = 3 \times 12 = 36$ mois
$C_n = C_0(1 + n \times i)$
$C_{36} = 4800(1 + 36 \times 1{,}35\ \%)$
$= 4800(1{,}486)$
$= 7132{,}80$

Donc, 7132,80 $.

Réponse : Le capital accumulé est de 7132,80 $.

5. a) $n = 7 \times 2 = 14$ semestres
$C_0 = C_n(1 + n \times i)^{-1}$
$C_0 = 3764{,}70(1 + 14 \times 4{,}3\ \%)^{-1}$
$= 3764{,}70(1{,}602)^{-1}$
$= 2350$

Donc, 2350 $.

Réponse : Le capital initial est de 2350 $.

b) $n = 2 \times 52 = 104$ semaines
$C_0 = C_n(1 + n \times i)^{-1}$
$C_0 = 9409{,}84(1 + 104 \times 0{,}15\ \%)^{-1}$
$= 9409{,}84(1{,}156)^{-1}$
$= 8140$

Donc, 8140 $.

Réponse : Le capital initial est de 8140 $.

Page 190

6\. a) $C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_6 = 9250(1 + 7{,}3\ \%)^6$
$= 9250(1{,}073)^6$
$\approx 14\ 116{,}92$

Donc, 14 116,92 $.

Réponse : Le capital accumulé est de 14 116,92 $.

b) $n = 7 \times 12 = 84$ mois
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_{84} = 4100(1 + 1{,}25\ \%)^{84}$
$= 4100(1{,}0125)^{84}$
$\approx 11\ 640{,}36$

Donc, 11 640,36 $.

Réponse : Le capital accumulé est de 11 640,36 $.

7\. a) $n = 4{,}5 \times 4 = 18$ trimestres

$C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$
$C_0 = 9907{,}35(1 + 1{,}75\ \%)^{-18}$
$= 9907{,}35(1{,}0175)^{-18}$
≈ 7250

Donc, 7250 $.

Réponse : Le capital initial est de 7250 $.

b) $n = 8 \times 2 = 16$ semestres

$C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$
$C_0 = 32\ 910{,}57(1 + 5{,}9\ \%)^{-16}$
$= 32\ 910{,}57(1{,}059)^{-16}$
$\approx 13\ 152{,}25$

Donc, 13 152,25 $.

Réponse : Le capital initial est de 13 152,25 $.

8\. a) $V_n = V_0(1 + i)^n$
$V_{10} = 43(1 + 18\ \%)^{10}$
$= 43(1{,}18)^{10}$
$\approx 225{,}05$

Donc, 225 personnes.

Réponse : 225 personnes verront cette photo la 10^e^ journée.

b) $V_n = V_0(1 + i)^n$
$2283 = 43(1 + 18\ \%)^n$
$2283 = 43(1{,}18)^n$
$\frac{2283}{43} = 1{,}18^n$
$53{,}093\ 023 \approx 1{,}18^n$
$n \approx \log_{1,18} 53{,}093\ 023$
$\approx \frac{\log 53{,}093\ 023}{\log 1{,}18}$
≈ 24

Donc, 24 jours.

Réponse : La 24^e^ journée, 2283 personnes verront cette photo.

Page 191

9\. a) $V_n = V_0(1 - i)^n$
$V_3 = 6(1 - 12\ \%)^3$
$= 6(0{,}88)^3$
$\approx 4{,}09$

Donc, environ 4,09 cm.

Réponse : L'épaisseur de la glace 3 h après l'épandage sera d'environ 4,09 cm.

b) $V_n = V_0(1 - i)^n$
$1{,}5 = 6(1 - 12\ \%)^n$
$1{,}5 = 6(0{,}88)^n$
$\frac{1{,}5}{6} = 0{,}88^n$
$0{,}25 = 0{,}88^n$
$n = \log_{0,88} 0{,}25$
$= \frac{\log 0{,}25}{\log 0{,}88}$
$\approx 10{,}8445$

Donc, environ 10,84 h.

Réponse : L'épaisseur de la glace sera de 1,5 cm après environ 10,84 h.

10\. a) $V_n = V_0(1 - i)^n$
$V_4 = 50(1 - 30\ \%)^4$
$= 50(0{,}7)^4$
$= 12{,}005$

Donc, 12,005 m.

Réponse : Le 4^e^ rebond aura une hauteur de 12,005 m.

b) $V_n = V_0(1 - i)^n$
$2{,}8824 = 50(1 - 30\ \%)^n$
$2{,}8824 = 50(0{,}7)^n$
$\frac{2{,}8824}{50} = 0{,}7^n$
$0{,}057\ 648 = 0{,}7^n$
$n = \log_{0,7} 0{,}057\ 648$
$= \frac{\log 0{,}057\ 648}{\log 0{,}7}$
≈ 8

Donc, le 8^e^ rebond.

Réponse : Le 8^e^ rebond aura une hauteur de 2,8824 m.

11\. $n = 4 + \frac{6}{12} = 4{,}5$ ans
$C_n = C_0(1 + n \times i)$
$C_{4,5} = 3000(1 + 4{,}5 \times 7{,}2\ \%)$
$= 3000(1{,}324)$
$= 3972$

Donc, 3972 $.

Réponse : Antoine devra rembourser 3972 $ à son père.

Page 192

12. $n = 3 \times 12 + 4$
$= 36 + 4$
$= 40$ mois

$C_0 = C_n(1 + n \times i)^{-1}$
$C_0 = 172(1 + 40 \times 1{,}8\ \%)^{-1}$
$= 172(1{,}72)^{-1}$
$= 100$

Donc, 100 $.

Réponse : Cette somme d'argent est de 100 $.

13. $n = 6 \times 4 = 24$ trimestres

$C_n = C_0(1 + n \times i)$
$19\,400 = 12\,500(1 + 24 \times i)$
$\frac{19\,400}{12\,500} = 1 + 24i$
$1{,}552 - 1 = 24i$
$i = \frac{0{,}552}{24}$
$= 0{,}023$

Donc, 2,3 %.

Réponse : Il a contracté cet emprunt à un taux d'intérêt simple trimestriel de 2,3 %.

14. $4000 \times 2 = 8000$ $

$C_n = C_0(1 + n \times i)$
$8000 = 4000(1 + n \times 4\ \%)$
$\frac{8000}{4000} = 1 + 0{,}04n$
$2 - 1 = 0{,}04n$
$n = \frac{1}{0{,}04}$
$= 25$

Donc, 25 semestres.
$25 \div 2 = 12{,}5$ ans

Réponse : Son capital initial aura doublé dans 25 semestres, soit 12,5 ans.

15. Intérêts simples :
$C_n = C_0(1 + n \times i)$
$C_5 = 2000(1 + 5 \times 12\ \%)$
$= 2000(1{,}6)$
$= 3200$

Donc, 3200 $.

Intérêts composés :
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_5 = 2000(1 + 12\ \%)^5$
$= 2000(1{,}12)^5$
$\approx 3524{,}68$

Donc, 3524,68 $.

Écart :
$3524{,}68 - 3200 = 324{,}68$ $

Donc, 324,68 $.

Réponse : Il a raison, si les intérêts sont composés, le capital accumulé sera plus élevé de 324,68 $ que si les intérêts sont simples.

Page 193

16. a)
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$5877{,}31 = 4000(1 + i)^5$
$\frac{5877{,}31}{4000} = (1 + i)^5$
$\left(\frac{5877{,}31}{4000}\right)^{\frac{1}{5}} = 1 + i$
$i = \left(\frac{5877{,}31}{4000}\right)^{\frac{1}{5}} - 1$
$\approx 0{,}08$

Donc, 8 %.

Réponse : Le taux d'intérêt composé annuel est de 8 %.

b) $n = 5 \times 2 = 10$ semestres

$C_n = C_0(1 + i)^n$
$5877{,}31 = 4000(1 + i)^{10}$
$\frac{5877{,}31}{4000} = (1 + i)^{10}$
$\left(\frac{5877{,}31}{4000}\right)^{\frac{1}{10}} = 1 + i$
$i = \left(\frac{5877{,}31}{4000}\right)^{\frac{1}{10}} - 1$
$\approx 0{,}0392$

Donc, environ 3,92 %.

Réponse : Le taux d'intérêt composé semestriel est d'environ 3,92 %.

c) $n = 5 \times 12 = 60$ mois

$C_n = C_0(1 + i)^n$
$5877{,}31 = 4000(1 + i)^{60}$
$\frac{5877{,}31}{4000} = (1 + i)^{60}$
$\left(\frac{5877{,}31}{4000}\right)^{\frac{1}{60}} = 1 + i$
$i = \left(\frac{5877{,}31}{4000}\right)^{\frac{1}{60}} - 1$
$\approx 0{,}0064$

Donc, environ 0,64 %.

Réponse : Le taux d'intérêt composé mensuel est d'environ 0,64 %.

17. a)
$C_n = C_0(1 + n \times i)$
$11\,000 = 8000(1 + n \times 7\ \%)$
$1{,}375 = 1 + 0{,}07n$
$0{,}375 = 0{,}07n$
$n \approx 5{,}36$

Donc, environ 5,36 ans.

Réponse : L'emprunt a duré environ 5,36 ans.

b)
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$11\,000 = 8000(1 + 5\ \%)^n$
$1{,}375 = 1{,}05^n$
$n = \log_{1{,}05} 1{,}375$
$= \frac{\log 1{,}375}{\log 1{,}05}$
$\approx 6{,}527$

Donc, environ 6,53 ans.

Réponse : L'emprunt a duré environ 6,53 ans.

c) Durée en semaines :
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$11\,000 = 8000(1 + 0{,}09\ \%)^n$
$1{,}375 = 1{,}0009^n$
$n = \log_{1{,}0009} 1{,}375$
$= \frac{\log 1{,}375}{\log 1{,}0009}$
$\approx 353{,}9967$

Donc, environ 353,9967 semaines.

Durée en années :
$\frac{353{,}9667}{52} \approx 6{,}8076$

Donc, environ 6,81 ans.

Réponse : L'emprunt a duré environ 6,81 ans.

Page 194

18. Capital initial pour les 6 derniers mois à intérêt simple :
$n = 0{,}5$ année

$C_0 = C_n(1 + n \times i)^{-1}$
$C_0 = 14\,370{,}54(1 + 0{,}5 \times 11{,}2\ \%)^{-1}$
$= 14\,370{,}54(1{,}056)^{-1}$
$\approx 13\,608{,}47$

Donc, 13 608,47 $.

Capital initial pour les 4 premières années à intérêt composé :
$C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$
$C_0 = 13\,608{,}47(1 + 11{,}2\ \%)^{-4}$
$= 13\,608{,}47(1{,}112)^{-4}$
≈ 8900

Donc, 8900 $.

Réponse : Louis a emprunté 8900 $.

19. $C_n = C_0(1 + i)^n$
$3800 = 2000(1 + 9{,}6\ \%)^n$
$\frac{3800}{2000} = 1{,}096^n$
$1{,}9 = 1{,}096^n$
$n = \log_{1{,}096}1{,}9$
$= \frac{\log 1{,}9}{\log 1{,}096}$
≈ 7

Donc, 7 ans.

$10 - 7 = 3$ ans

Réponse : Le placement doit durer 7 ans afin d'amasser 3800 $. Le placement peut donc être fait dans 3 ans à compter de maintenant.

20. Capital accumulé pendant 10 ans :
$n = 10 \times 12 = 120$ mois
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_{120} = 18\,000(1 + 0{,}7\ \%)^{120}$
$= 18\,000(1{,}007)^{120}$
$\approx 41\,572{,}77$

Donc, 41 572,77 $.

Taux d'intérêt simple annuel équivalent :
$C_n = C_0(1 + n \times i)$
$41\,572{,}77 = 18\,000(1 + 10 \times i)$
$\frac{41\,572{,}77}{18\,000} = 1 + 10i$
$2{,}309\,598 - 1 \approx 10i$
$i \approx \frac{1{,}309\,598}{10}$
$\approx 0{,}131$

Donc, environ 13,1 %.

Réponse : Le taux d'intérêt simple annuel équivalent est d'environ 13,1 %.

Page 195

21. $n = 5 \times 4 = 20$ trimestres
$C_n = C_0(1 + n \times i)$
$C_{20} = 2000(1 + 20 \times 1\ \%)$
$= 2000(1{,}02)$
$= 2400$

Donc, 2400 $.

$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_5 = 2000(1 + 4\ \%)^5$
$= 2000(1{,}04)^5$
$\approx 2433{,}31$

Donc, 2433,31 $.

$n = 5 \times 12 = 60$ mois
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_{60} = 2000(1 + 0{,}3\ \%)^{60}$
$= 2000(1{,}003)^{60}$
$\approx 2393{,}79$

Donc, 2393,79 $.

Réponse : Elle devrait choisir le placement B pour obtenir le capital accumulé le plus élevé, soit 2433,31 $.

22. $n = 2015 - 1975 = 40$ ans
$V_0 = V_n(1 - i)^{-n}$
$V_0 = 150(1 - 5{,}2\ \%)^{-40}$
$= 150(0{,}948)^{-40}$
$\approx 1269{,}87$

Donc, 1269,87 $.

Réponse : En 1975, le prix de vente moyen d'un four à micro-ondes était de 1269,87 $.

23. Valeur de l'action de 2002 à 2008 :
$n = 6$ ans
$V_n = V_0(1 + i)^n$
$V_6 = 63(1 + 7{,}1\ \%)^6$
$= 63(1{,}071)^6$
$\approx 95{,}08$

Donc, 95,08 $.

Valeur de l'action de 2008 à 2012 :
$n = 4$ ans
$V_n = V_0(1 - i)^n$
$V_4 = 95{,}08(1 - 4{,}3\ \%)^4$
$= 95{,}08(0{,}957)^4$
$\approx 79{,}75$

Donc, 79,75 $.

Réponse : En 2012, la valeur de l'action était de 79,75 $.

Page 196

24. $V_n = V_0(1 + i)^n$
$26\,000 = 8000(1 + 4\ \%)^n$
$3{,}25 = 1{,}04^n$
$n = \log_{1{,}04}3{,}25$
$= \frac{\log 3{,}25}{\log 1{,}04}$
$\approx 30{,}0519$

Donc, environ 30,0519 ans.

$1980 + 30{,}0519 \approx 2010{,}0519$

Donc, 2010.

Réponse : Une famille québécoise pouvait subvenir à ses besoins avec 26 000 $ en 2010.

25. $n = 2015 - 1990 = 25$ ans
$V_n = V_0(1 + i)^n$
$344\,703 = 145\,860(1 + i)^{25}$
$\frac{344\,703}{145\,860} = (1 + i)^{25}$
$\left(\frac{344\,703}{145\,860}\right)^{\frac{1}{25}} = 1 + i$
$i = \left(\frac{344\,703}{145\,860}\right)^{\frac{1}{25}} - 1$
$\approx 0{,}035$

Donc, environ 3,5 %.

Réponse : Le pourcentage d'augmentation annuel moyen de la valeur de ces maisons de 1990 à 2015 est d'environ 3,5 %.

26. Valeur après les 15 premières années :

$V_n = V_0(1 - i)^n$

$V_{15} = 40\ 000(1 - 14\ \%)^{15}$

$= 40\ 000(0{,}86)^{15}$

$\approx 4164{,}25$

Donc, 4164,25 $.

Valeur après les 10 années suivantes :
La valeur de la voiture ne change pas, soit 4164,25 $.

Durée pour retrouver la valeur d'achat :

$V_n = V_0(1 + i)^n$

$40\ 000 = 4164{,}25(1 + 5{,}5\ \%)^n$

$9{,}605\ 571 \approx 1{,}055^n$

$n \approx \log_{1{,}055} 9{,}605\ 571$

$\approx \dfrac{\log 9{,}605\ 571}{\log 1{,}055}$

$\approx 42{,}2546$

Donc, environ 42,2546 ans.

Temps total : $15 + 10 + 42{,}2546 \approx 67{,}2546$ ans
Donc, environ 67,25 ans.

Réponse : La voiture retrouvera sa valeur d'achat environ 67,25 ans après son achat.

Pages 197-198

27. Nombre d'années avant que la valeur du bateau atteigne 4921,86 $:

$V_n = V_0(1 - i)^n$

$4921{,}86 = 25\ 000(1 - 15\ \%)^n$

$0{,}196\ 874\ 4 = 0{,}85^n$

$n = \log_{0{,}85} 0{,}196\ 874\ 4$

$= \dfrac{\log 0{,}196\ 874\ 4}{\log 0{,}85}$

≈ 10

Donc, 10 ans.

La valeur du bateau atteindra 4921,86 $ dans 10 ans.

Valeur du placement de 30 000 $ dans 10 ans :

$n = 10 \times 4 = 40$ trimestres

$C_n = C_0(1 + i)^n$

$C_{40} = 30\ 000(1 + 1{,}6\ \%)^{40}$

$= 30\ 000(1{,}016)^{40}$

$\approx 56\ 606{,}93$

Donc, 56 606,93 $.

Après 10 ans, la valeur du placement de 30 000 $ atteindra 56 606,93 $.

Valeur du placement de 40 000 $ dans 10 ans :

$n = 10 \times 12 = 120$ mois

$C_n = C_0(1 + n \times i)$

$C_{120} = 40\ 000(1 + 120 \times 0{,}4\ \%)$

$= 40\ 000(1{,}48)$

$= 59\ 200$

Donc, 59 200 $.

Après 10 ans, la valeur du placement de 40 000 $ atteindra 59 200 $.

Valeur du chalet dans 10 ans :

$V_n = V_0(1 + i)^n$

$V_{10} = 125\ 000(1 + 3{,}25\ \%)^{10}$

$= 125\ 000(1{,}0325)^{10}$

$\approx 172\ 111{,}79$

Donc, 172 111,79 $.

Après 10 ans, la valeur du chalet atteindra 172 111,79 $.

Valeur totale des quatre prix :

$4921{,}86 + 56\ 606{,}93 + 59\ 200 + 172\ 111{,}79 = 292\ 840{,}58$ $

Réponse : Lorsque la valeur du bateau atteindra 4921,86 $, la valeur totale des quatre prix sera de 292 840,58 $.

Pages 199-200

28. Durée de la fabrication du fromage :

$V_n = V_0(1 + i)^n$

$30\ 000\ 000 = 100\ 000(1 + 60{,}852\ \%)^n$

$300 = 1{,}608\ 52^n$

$n = \log_{1{,}608\ 52} 300$

$= \dfrac{\log 300}{\log 1{,}608\ 52}$

≈ 12

Donc, 12 semaines.

Durée du prêt :
$12 + 2 = 14$ semaines

Somme à rembourser :

$n = 14 \times 7 = 98$ jours

$C_n = C_0(1 + i)^n$

$C_{98} = 34\ 300(1 + 0{,}2\ \%)^{98}$

$= 34\ 300(1{,}002)^{98}$

$\approx 41\ 718{,}71$

Donc, 41 718,71 $.

Revenu tiré de la vente du fromage :
$500 \times 120 = 60\ 000$ $

Profit généré par la vente du fromage :
$60\ 000 - 41\ 718{,}71 = 18\ 281{,}29$ $

Capital accumulé du placement après 5 ans :

$n = 5 \times 2 = 10$ semestres

$C_n = C_0(1 + i)^n$

$C_{10} = 18\ 281{,}29(1 + 4{,}3\ \%)^{10}$

$= 18\ 281{,}29(1{,}043)^{10}$

$\approx 27\ 851{,}59$

Donc, 27 851,59 $.

Réponse : Le montant généré par le placement sera de 27 851,59 $.

Pages 201-202

29. En général, l'affirmation de Colin semble véridique. Prenons un exemple pour la vérifier.

On place 2000 $ à un taux d'intérêt de 7 % par année durant une période de 5 ans. Il faut alors déterminer si le capital accumulé sera plus élevé si le taux d'intérêt est composé au lieu d'être simple.

Si le taux d'intérêt est composé :
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_5 = 2000(1 + 7\ \%)^5$
$= 2000(1{,}07)^5$
$\approx 2805{,}10$

Donc, 2805,10 $.

Avec un taux d'intérêt composé de 7 %, le capital accumulé après 5 ans sera de 2805,10 $.

Si le taux d'intérêt est simple :
$C_n = C_0(1 + n \times i)$
$C_5 = 2000(1 + 5 \times 7\ \%)$
$= 2000(1{,}35)$
$= 2700$

Donc, 2700 $.

Avec un taux d'intérêt simple de 7 %, le capital accumulé après 5 ans sera de 2700 $.

Cet exemple semble donner raison à Colin.

Il serait possible de vérifier ce calcul à l'aide d'autres exemples afin de déterminer si l'affirmation de Colin est véridique dans les autres cas. On obtiendrait alors probablement plusieurs exemples dans lesquels l'affirmation de Colin semblerait se concrétiser.

Il y a cependant un cas auquel Colin n'a pas pensé : celui où la durée du placement correspond à la période du taux d'intérêt, c'est-à-dire un placement d'un an si le taux d'intérêt est annuel, un placement d'un mois si le taux d'intérêt est mensuel et ainsi de suite. Dans ce cas, que le taux d'intérêt soit composé ou simple, on obtient le même capital accumulé.

Reprenons l'exemple précédent, avec un placement d'une année cette fois, puisque le taux d'intérêt est annuel. On a alors :

Si le taux d'intérêt est composé :
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_1 = 2000(1 + 7\ \%)^1$
$= 2000(1{,}07)^1$
$= 2140$

Donc, 2140 $.

Avec un taux d'intérêt composé de 7 %, le capital accumulé après 1 an sera de 2140 $.

Si le taux d'intérêt est simple :
$C_n = C_0(1 + n \times i)$
$C_1 = 2000(1 + 1 \times 7\ \%)$
$= 2000(1{,}07)$
$= 2140$

Donc, 2140 $.

Avec un taux d'intérêt simple de 7 %, le capital accumulé après 1 an sera de 2140 $.

Cet exemple vient contredire l'affirmation de Colin.

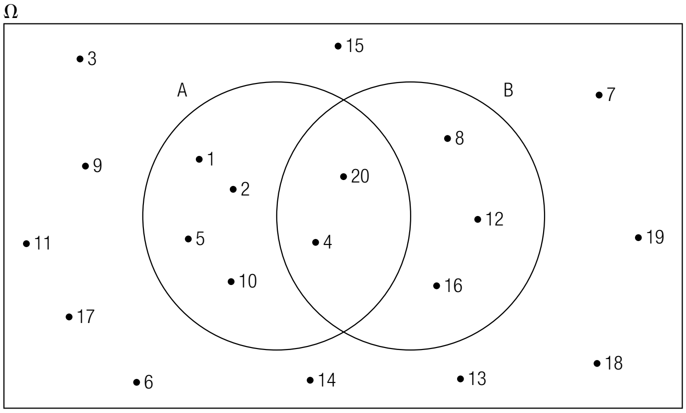
Réponse : Non, Colin n'a pas raison de faire cette affirmation, puisque pour un placement ayant la même durée que la période du taux d'intérêt, le capital accumulé est le même peu importe que le taux d'intérêt soit composé ou simple.

CHAPITRE 5 Probabilités

RAPPEL Diagrammes et probabilités

Page 205

1. Ω



2. a) Événements indépendants.
b) Événements indépendants.
c) Événements indépendants.
d) Événements dépendants.
e) Événements indépendants.
f) Événements dépendants.

Page 206

3. a) $P(\text{obtenir sa calculatrice}) = \frac{1}{28}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{28}$.

b) Nombre de cahiers dans le sac : $2 + 1 + 3 = 6$ cahiers

$P(\text{deux cahiers d'histoire}) = \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{15}$.

c) $P(\text{même chanson deux fois}) = \frac{1}{154} \times \frac{1}{154} = \frac{1}{23\,716}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{23\,716}$.

4. a) $P(\text{B, R, V}) = \frac{6}{20} \times \frac{5}{19} \times \frac{2}{18} = \frac{60}{6840} = \frac{1}{114}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{114}$.

b) Nombre de crayons noirs :
$20 - 6 - 5 - 2 - 4 = 3$ crayons noirs
$P(\text{V, R, N}) = \frac{2}{20} \times \frac{5}{20} \times \frac{3}{20} = \frac{30}{8000} = \frac{3}{800}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{3}{800}$.

5. a) $P(6, 9) = \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{90}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{90}$.

b) $P(\text{trois nombres pairs}) = \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{60}{720} = \frac{1}{12}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{12}$.

Page 207

6. Nombre total de films : $13 + 5 + 8 + 4 = 30$ films
$P(\text{trois comédies romantiques}) = \frac{13}{30} \times \frac{12}{29} \times \frac{11}{28} = \frac{1716}{24\,360} = \frac{143}{2030}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{143}{2030}$.

7. a) $P(\text{impair}) = \frac{25}{231} + \frac{28}{231} + \frac{40}{231} + \frac{27}{231}$
$= \frac{120}{231}$
$= \frac{40}{77}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{40}{77}$.

b) $P(\text{multiple de 4}) = \frac{31}{231} + \frac{26}{231}$
$= \frac{57}{231}$
$= \frac{19}{77}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{19}{77}$.

c) $P(\text{5 ou 6}) = \frac{40}{231} + \frac{24}{231}$
$= \frac{64}{231}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{64}{231}$.

d) $P(\text{supérieur à 4}) = \frac{40}{231} + \frac{24}{231} + \frac{27}{231} + \frac{26}{231}$
$= \frac{117}{231}$
$= \frac{39}{77}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{39}{77}$.

e) $P(1, 7) = \frac{25}{231} \times \frac{27}{231}$
$= \frac{675}{53\,361}$
$= \frac{75}{5929}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{75}{5929}$.

f) $P(\text{impair}, 8) = \frac{40}{77} \times \frac{26}{231}$
$= \frac{1040}{17\,787}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1040}{17\,787}$.

Page 208

8. a) $P(\text{jupe}) = \frac{75 + 22}{250} = \frac{97}{250}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{97}{250}$.

b) $P(\text{jupe et polo}) = \frac{22}{250} = \frac{11}{125}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{11}{125}$.

9. a) 1) Résultats favorables : (F, F, M, M, M), (F, M, F, M, M), (F, M, M, F, M), (F, M, M, M, F), (M, F, F, M, M), (M, F, M, F, M), (M, F, M, M, F), (M, M, F, F, M), (M, M, F, M, F), (M, M, M, F, F)

Nombre de résultats favorables : 10 résultats favorables

Nombre de résultats possibles : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$ résultats possibles

$P(\text{deux femelles}) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{5}{16}$.

2) Résultats favorables : (F, M, M, M, M), (M, F, M, M, M), (M, M, F, M, M), (M, M, M, F, M), (M, M, M, M, F)

Nombre de résultats favorables : 5 résultats favorables

$P(\text{quatre mâles}) = \frac{5}{32}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{5}{32}$.

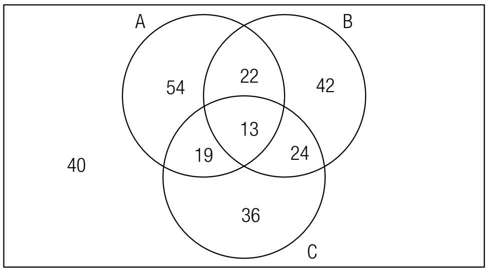
b) $P(\text{une femelle}) = 100\ \% - 45\ \% = 55\ \% = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$

$P(\text{cinq femelles}) = \frac{11}{20} \times \frac{11}{20} \times \frac{11}{20} \times \frac{11}{20} \times \frac{11}{20} = \frac{161\,051}{3\,200\,000}$

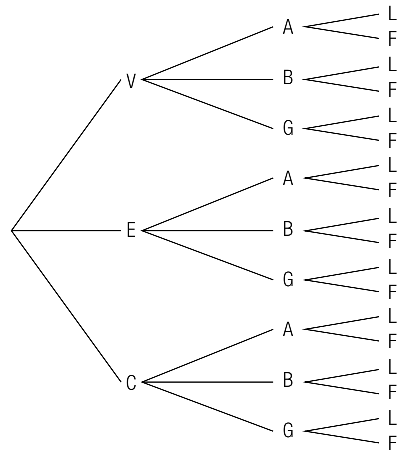
Réponse : La probabilité serait de $\frac{161\,051}{3\,200\,000}$.

Page 209

10. Ω



11. a)



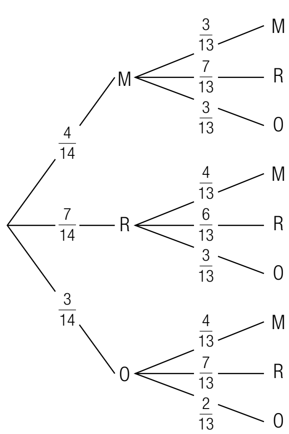
Résultat
(V, A, L)
(V, A, F)
(V, B, L)
(V, B, F)
(V, G, L)
(V, G, F)
(E, A, L)
(E, A, F)
(E, B, L)
(E, B, F)
(E, G, L)
(E, G, F)
(C, A, L)
(C, A, F)
(C, B, L)
(C, B, F)
(C, G, L)
(C, G, F)

b) Nombre de coupes glacées différentes :
$3 \times 3 \times 2 = 18$ coupes glacées

Réponse : Ce restaurant propose 18 coupes glacées différentes.

Page 210

12. a)

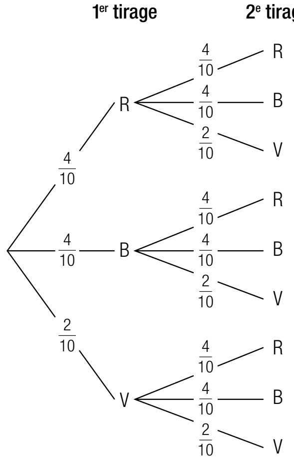


Résultat	Probabilité
(M, M)	$\frac{4}{14} \times \frac{3}{13} = \frac{12}{182} = \frac{6}{91}$
(M, R)	$\frac{4}{14} \times \frac{7}{13} = \frac{28}{182} = \frac{2}{13}$
(M, O)	$\frac{4}{14} \times \frac{3}{13} = \frac{12}{182} = \frac{6}{91}$
(R, M)	$\frac{7}{14} \times \frac{4}{13} = \frac{28}{182} = \frac{2}{13}$
(R, R)	$\frac{7}{14} \times \frac{6}{13} = \frac{42}{182} = \frac{3}{13}$
(R, O)	$\frac{7}{14} \times \frac{3}{13} = \frac{21}{182} = \frac{3}{26}$
(O, M)	$\frac{3}{14} \times \frac{4}{13} = \frac{12}{182} = \frac{6}{91}$
(O, R)	$\frac{3}{14} \times \frac{7}{13} = \frac{21}{182} = \frac{3}{26}$
(O, O)	$\frac{3}{14} \times \frac{2}{13} = \frac{6}{182} = \frac{3}{91}$

b) $1 - P(\text{R, R}) = 1 - \frac{3}{13} = \frac{10}{13}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{10}{13}$.

13. a)



Résultat	Probabilité
(R, R)	$\frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$
(R, B)	$\frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$
(R, V)	$\frac{4}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$
(B, R)	$\frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$
(B, B)	$\frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$
(B, V)	$\frac{4}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$
(V, R)	$\frac{2}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$
(V, B)	$\frac{2}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$
(V, V)	$\frac{2}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

b) $P(\text{même couleur})$
$= P(\text{R, R}) + P(\text{B, B}) + P(\text{V, V})$
$= \frac{4}{25} + \frac{4}{25} + \frac{1}{25} = \frac{9}{25}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{9}{25}$.

Page 211

14. $P(\text{économique}) + P(\text{affaire}) + P(\text{privilège}) = \frac{17}{36} + \frac{7}{24} + \frac{3}{16}$
$= \frac{68}{144} + \frac{42}{144} + \frac{27}{144}$
$= \frac{137}{144}$

$P(\text{première classe}) = 1 - \frac{137}{144}$
$= \frac{7}{144}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{7}{144}$.

15. a) **Roue ①**
m ∠ 1 = (360° − 90°) ÷ 4
= 67,5°

Roue ②
m ∠ 1 = (360° − 90°) ÷ 5
= 54°

Roue ③
m ∠ 1 = 360° ÷ 8
= 45°

$P(1, 1, 1) = \frac{67,5}{360} \times \frac{54}{360} \times \frac{45}{360} = \frac{164\,025}{46\,656\,000} = \frac{9}{2560}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{9}{2560}$.

b) **Roue ①**
m ∠ 4 = m ∠ 1 = 67,5°
m ∠ 5 = 90°

Roue ②
m ∠ 4 = m ∠ 1 = 54°
m ∠ 0 = 90°

Roue ③
m ∠ 9 = m ∠ 1 = 45°
m ∠ 6 = m ∠ 1 = 45°

$P(4, 4, 9) = \frac{67,5}{360} \times \frac{54}{360} \times \frac{45}{360} = \frac{164\,025}{46\,656\,000} = \frac{9}{2560}$

$P(5, 0, 6) = \frac{90}{360} \times \frac{90}{360} \times \frac{45}{360} = \frac{364\,500}{46\,656\,000} = \frac{1}{128}$

$P(4, 4, 9) + P(5, 0, 6) = \frac{9}{2560} + \frac{1}{128} = \frac{29}{2560}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{29}{2560}$.

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Non, car la mesure de l'angle au centre de chaque secteur est différente d'un chiffre à l'autre et d'une roue à l'autre.

SECTION 5.1 Types de probabilité, chances pour et chances contre

Page 213

1. **a)** Théorique. **b)** Fréquentielle. **c)** Subjective. **d)** Subjective. **e)** Théorique. **f)** Subjective.

2. **a)** 3 : 5 **b)** 7 : 2 **c)** 9 : 4 **d)** 6 : 11

3. **a)** $\frac{3}{3 + 7} = \frac{3}{10}$ **b)** $\frac{5}{5 + 11} = \frac{5}{16}$ **c)** $\frac{4}{4 + 15} = \frac{4}{19}$ **d)** $\frac{12}{12 + 5} = \frac{12}{17}$

4. **a)** $\frac{21}{2 + 21} = \frac{21}{23}$ **b)** $\frac{4}{7 + 4} = \frac{4}{11}$ **c)** $\frac{19}{10 + 19} = \frac{19}{29}$ **d)** $\frac{13}{3 + 13} = \frac{13}{16}$

Page 214

5. $P(\text{victoire Mélissa}) = \frac{24}{24 + 37} = \frac{24}{61}$, soit ≈ 0,39.

$P(\text{victoire Coralie}) = \frac{17}{17 + 28} = \frac{17}{45}$, soit ≈ 0,38.

Réponse : Mélissa a la plus grande probabilité de remporter la compétition.

6. $P(\text{frappe la balle}) = \frac{31,2}{100} = \frac{312}{1000}$

$P(\text{ne frappe pas la balle}) = \frac{1000 - 312}{1000} = \frac{688}{1000}$

Chances contre : 688 : 312 = 86 : 39

Réponse : Les chances contre sont de 86 : 39.

7. Probabilité selon les spécialistes :
$P(\text{victoire}) = \frac{1}{1 + 2} = \frac{1}{3}$

Probabilité selon la journaliste :
$P(\text{victoire}) = 50~\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

Réponse : Non. Le rapport de 1 : 2 signifie que le boxeur a 1 chance de l'emporter contre 2 chances de perdre. Par conséquent, la probabilité de gagner du boxeur est de $\frac{1}{3}$.

8. Nombre de cartes avec figure : 3 × 4 = 12 cartes
Nombre de cartes sans figure : 52 − 12 = 40 cartes
Chances contre : 40 : 12 = 10 : 3

Réponse : Les chances contre sont de 10 : 3.

9. $P(\text{ne revienne pas au jeu}) = \frac{55}{34 + 55} = \frac{55}{89}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{55}{89}$.

Page 215

10. **a)** Théorique. **b)** Subjective. **c)** Fréquentielle. **d)** Théorique.

11. Nombre de billes bleues et jaunes :
9 + 5 = 14 billes

Nombre de billes rouges, x :

$$\frac{3}{10} = \frac{x}{x + 14}$$
$$3(x + 14) = 10x$$
$$3x + 42 = 10x$$
$$42 = 7x$$
$$x = 6 \text{ billes rouges}$$

Nombre de billes bleues et rouges :
9 + 6 = 15 billes

Chances pour de tirer une bille jaune :
5 : 15 = 1 : 3

Réponse : Les chances pour sont de 1 : 3.

12. $P(\text{arrêter la rondelle}) = \frac{93{,}4}{100} = \frac{934}{1000}$

$P(\text{ne pas arrêter la rondelle}) = \frac{1000 - 934}{1000} = \frac{66}{1000}$

Chances pour le joueur : 66 : 934 = 33 : 467

Réponse : Les chances pour sont de 33 : 467.

13. $P(\text{remporte la course}) = \frac{4}{4 + 19} = \frac{4}{23}$

$P(\text{ne remporte pas la course}) = 1 - \frac{4}{23} = \frac{19}{23}$, soit ≈ 82,61 %.

Réponse : La probabilité est d'environ 82,61 %.

Page 216

14. $P(\text{obtenir son pantalon préféré}) = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$

$P(\text{ne pas obtenir son pantalon préféré}) = \frac{25 - 6}{25} = \frac{19}{25}$

Chances contre : 19 : 6

Réponse : Ses chances contre sont de 19 : 6.

15. $P(\text{remporter un lot}) = \frac{1}{1 + 3} = \frac{1}{4}$, soit 25 %.

Réponse : Oui, elle a raison d'être méfiante. Si les chances pour de remporter un lot sont de 1 : 3, cela signifie qu'un joueur a 1 chance de gagner contre 3 chances de perdre. Par conséquent, la probabilité de remporter un lot est de 25 % et non de 33 %.

16. Athlète A : $P(\text{victoire}) = \frac{7}{7 + 32} = \frac{7}{39}$, soit ≈ 0,18.

Athlète B : $P(\text{victoire}) = \frac{5}{5 + 29} = \frac{5}{34}$, soit ≈ 0,15.

Athlète C : $P(\text{victoire}) = \frac{4}{91}$, soit ≈ 0,04.

Athlète D : $P(\text{victoire}) = \frac{18}{18 + 57} = \frac{18}{75} = 0{,}24$

Athlète E : $P(\text{victoire}) = 1 - \frac{28}{35} = \frac{7}{35} = 0{,}2$

Athlète F : $P(\text{victoire}) = \frac{12}{12 + 75} = \frac{12}{87}$, soit ≈ 0,14.

Athlète G : $P(\text{victoire}) = 0{,}04$

Réponse : L'athlète D a la plus grande probabilité de remporter la victoire.

SECTION 5.2 Espérance mathématique

Page 219

1. **a)** $E_m = 27\ \% \times {}^-21 + 17\ \% \times {}^-13 + 32\ \% \times 4 + 10\ \% \times 15 + 14\ \% \times 26 = {}^-1{,}46$

b) $E_m = \frac{3}{10} \times {}^-20 + \frac{1}{5} \times {}^-15 + \frac{2}{5} \times 10 + \frac{1}{10} \times 50 = 0$

2. **a)** $x = 80 - 90 = {}^-10$

b) $4{,}82 = 3{,}12 + 1{,}35 + 1{,}25 + 0{,}36x$
$^-0{,}9 = 0{,}36x$
$x = {}^-2{,}5$

3. $E_g = \frac{1}{2} \times (10 - 5) + \frac{1}{2} \times {}^-5 = 0$

Réponse : L'espérance de gain de ce jeu est 0.

4. Jeu A : $E_g = \frac{2}{6} \times (5 - 2) + \frac{4}{6} \times {}^-2 = \frac{6}{6} - \frac{8}{6} \approx {}^-0{,}33\ \$$

Jeu B : $E_g = \frac{13}{52} \times (5 - 2) + \frac{39}{52} \times {}^-2 = \frac{39}{52} - \frac{78}{52} = {}^-0{,}75\ \$$

Réponse : Le jeu A est plus avantageux pour le participant, car si l'on joue un très grand nombre de fois, on peut perdre en moyenne 0,33 $ chaque fois, ce qui est inférieur à la perte moyenne d'un joueur qui joue au jeu B, soit 0,75 $ à chaque tentative.

Page 220

5. Somme moyenne rapportée par carte :

$E_m = \frac{2}{15} \times 1 + \frac{2}{15} \times 2 + \frac{4}{15} \times 3 + \frac{7}{15} \times 5 = \frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{12}{15} + \frac{35}{15} = \frac{53}{15} \approx 3{,}53\ \$$

Somme amassée pour 300 cartes :
$3{,}53 \times 300 = 1060\ \$$

Réponse : La Maison des jeunes peut espérer amasser 1060 $.

6. $E_g = \frac{2}{1500} \times (2000 - 8) + \frac{3}{1500} \times (500 - 8) + \frac{1495}{1500} \times {}^-8 = \frac{3984}{1500} + \frac{1476}{1500} - \frac{11\,960}{1500} \approx {}^-4{,}33\ \$$

Réponse : L'espérance de gain d'un participant est d'environ −4,33 $.

7. Nombre de billes qui n'offrent aucun gain :
$20 - (1 + 5 + 10) = 4$ billes

Espérance de gain :

$$\begin{aligned} E_g &= \frac{1}{20} \times 50 + \frac{5}{20} \times 10 + \frac{10}{20} \times 2 + \frac{4}{20} \times 0 \\ &= \frac{50}{20} + \frac{50}{20} + \frac{20}{20} + 0 \\ &= 6\ \$ \end{aligned}$$

Réponse : L'espérance de gain de ce jeu est de 6 $.

8. Nombre de secteurs gagnants et perdants (secteurs sans « Tournez de nouveau ! ») : $40 - 2 = 38$ secteurs

Nombre de secteurs perdants :
$38 - (2 + 5 + 8) = 23$ secteurs

Espérance de gain :

$$\begin{aligned} E_g &= \frac{2}{38} \times 20 + \frac{5}{38} \times 10 + \frac{8}{38} \times 2 + \frac{23}{38} \times {}^-5 \\ &= \frac{40}{38} + \frac{50}{38} + \frac{16}{38} - \frac{115}{38} \\ &\approx {}^-0{,}24\ \$ \end{aligned}$$

Réponse : L'espérance de gain de ce jeu est d'environ ⁻0,24 $.

Page 221

9. **a)** Nombre de cartes perdantes :
$52 - (4 + 12) = 36$ cartes

Espérance de gain :

$$\begin{aligned} E_g &= \frac{4}{52} \times 5 + \frac{12}{52} \times 2 + \frac{36}{52} \times {}^-1 \\ &= \frac{20}{52} + \frac{24}{52} - \frac{36}{52} \\ &\approx 0{,}15\ \$ \end{aligned}$$

Réponse : L'espérance de gain est d'environ 0,15 $.

b) Ce jeu n'est pas à l'avantage de Jeanne, puisque l'espérance de gain est positive, donc il est à l'avantage du participant.

c) Soit x, le montant à débourser.

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{4}{52} \times 5 + \frac{12}{52} \times 2 + \frac{36}{52} \times {}^-x \\ 0 &= \frac{20}{52} + \frac{24}{52} - \frac{36x}{52} \\ {}^-\frac{44}{52} &= {}^-\frac{36x}{52} \\ x &\approx 1{,}22\ \$ \end{aligned}$$

Réponse : Un participant devrait débourser environ 1,22 $ pour que ce jeu soit équitable.

10. Probabilité de perdre sa mise : $P(\text{perdre sa mise}) = \frac{25}{25} - \frac{2}{25} - \frac{4}{25} - \frac{6}{25} = \frac{13}{25}$

Mise exigée :
Soit x, la mise exigée.

$$\begin{aligned} E_g &= \frac{2}{25} \times 15 + \frac{4}{25} \times 10 + \frac{6}{25} \times 5 + \frac{13}{25} \times {}^-x \\ 2{,}96 &= 1{,}2 + 1{,}6 + 1{,}2 - 0{,}52x \\ {}^-1{,}04x &= {}^-0{,}52x \\ x &= 2\ \$ \end{aligned}$$

Réponse : La mise exigée pour participer à ce jeu est de 2 $.

11. Nombre de billets perdants : $350 - (4 + 15 + 20) = 311$ billets

Espérance de gain :

$$\begin{aligned} E_g &= \frac{4}{350} \times (2000 - 150) + \frac{15}{350} \times (500 - 150) + \frac{20}{350} \times (150 - 150) + \frac{311}{350} \times {}^-150 \\ &= \frac{7400}{350} + \frac{5250}{350} + 0 - \frac{46\,650}{350} \\ &\approx {}^-97{,}14\ \$ \end{aligned}$$

Réponse : L'espérance de gain par billet est d'environ ⁻97,14 $.

Page 222

12. Probabilité de l'événement A :
$P(A) = 1 - 0{,}3 - 0{,}5 = 0{,}2$

Valeur du lot, x, pour l'événement A :

$$\begin{aligned} E_g &= 0{,}2 \times x + 0{,}3 \times 10 + 0{,}5 \times {}^-5 \\ 4{,}9 &= 0{,}2x + 3 - 2{,}5 \\ 4{,}4 &= 0{,}2x \\ x &= 22\ \$ \end{aligned}$$

Réponse : Le lot pour l'événement A est de 22 $.

13. Nombre de billes n'offrant aucun gain :
$40 - (1 + 10) = 29$ billes

Valeur, x, du montant mystère :

$$\begin{aligned} E_g &= \frac{1}{40} \times 18 + \frac{10}{40} \times x + \frac{29}{40} \times {}^-2 \\ 0 &= \frac{18}{40} + \frac{10x}{40} - \frac{58}{40} \\ \frac{40}{40} &= \frac{10x}{40} \\ x &= 4\ \$ \end{aligned}$$

Réponse : Chaque bille mystère permet de remporter 4 $.

14.

$$\begin{aligned} E_g &= \frac{1}{1000} \times (50\,000 - 55) + \frac{999}{1000} \times {}^-55 \\ &= \frac{49\,945}{1000} - \frac{54\,945}{1000} \\ &= {}^-5\ \$ \end{aligned}$$

Réponse : Non, car si le joueur joue un grand nombre de fois, il perdra en moyenne 5 $ chaque fois. De plus, en ne jouant qu'une seule fois, la probabilité de perdre sa mise de 55 $ est de $\frac{999}{1000}$.

Page 223

15. Olivier : $E_g = \frac{1}{37} \times 35 \times 12 + \frac{36}{37} \times -12$
$= \frac{420}{37} - \frac{432}{37}$
$= -\frac{12}{37}$
$\approx -0,32$ $

Gabrielle : $E_g = \frac{12}{37} \times (35 \times 1 - 11) + \frac{25}{37} \times -12$
$= \frac{12}{37} \times 24 + \frac{25}{37} \times -12$
$= \frac{288}{37} - \frac{300}{37}$
$= -\frac{12}{37}$
$\approx -0,32$ $

Réponse : Les deux stratégies offrent la même espérance de gain et cette dernière étant négative, elle favorise le croupier.

16. Espérance de vie d'un animal en captivité :
$1 + 4 + 5 + 3 + 2 = 15$ animaux
$E_m = \frac{1}{15} \times 2 + \frac{4}{15} \times 3 + \frac{5}{15} \times 4 + \frac{3}{15} \times 5 + \frac{2}{15} \times 6$
$= \frac{2}{15} + \frac{12}{15} + \frac{20}{15} + \frac{15}{15} + \frac{12}{15}$
$= \frac{61}{15}$
$\approx 4,07$ ans

Espérance de vie d'un animal en liberté :
$11 + 35 + 67 + 41 + 9 = 163$ animaux
$E_m = \frac{11}{163} \times 1 + \frac{35}{163} \times 2 + \frac{67}{163} \times 3 + \frac{41}{163} \times 4 + \frac{9}{163} \times 5$
$= \frac{11}{163} + \frac{70}{163} + \frac{201}{163} + \frac{164}{163} + \frac{45}{163}$
$= \frac{491}{163}$
$\approx 3,01$ ans

Écart : $4,07 - 3,01 \approx 1,05$ an

Réponse : L'écart entre l'espérance de vie de cette espèce animale en captivité et en liberté est d'environ 1,05 an.

Page 224

17. Nombre de cartes gagnantes : $4 + 4 = 8$ cartes
Nombre de cartes perdantes : $52 - 8 = 44$ cartes

Espérance de gain :
Soit x, le montant à remettre au gagnant.
$E_g = \frac{8}{52} \times (x - 2) + \frac{44}{52} \times -2$
$0 = \frac{8x}{52} - \frac{16}{52} - \frac{88}{52}$
$\frac{104}{52} = \frac{8x}{52}$
$x = 13$ $

Réponse : Julien doit remettre 13 $ au joueur s'il gagne afin que le jeu soit équitable.

18. Probabilité de chaque résultat : Il y a $8 \times 8 = 64$ résultats possibles.

Somme	Probabilité	Somme	Probabilité
2	$\frac{1}{64}$	10	$\frac{7}{64}$
3	$\frac{2}{64}$	11	$\frac{6}{64}$
4	$\frac{3}{64}$	12	$\frac{5}{64}$
5	$\frac{4}{64}$	13	$\frac{4}{64}$
6	$\frac{5}{64}$	14	$\frac{3}{64}$
7	$\frac{6}{64}$	15	$\frac{2}{64}$
8	$\frac{7}{64}$	16	$\frac{1}{64}$
9	$\frac{8}{64}$		

Espérance mathématique :
$E_m = \frac{1}{64} \times 2 + \frac{2}{64} \times 3 + \frac{3}{64} \times 4 + \frac{4}{64} \times 5 + \frac{5}{64} \times 6 + \frac{6}{64} \times 7 + \frac{7}{64} \times 8 + \frac{8}{64} \times 9 + \frac{7}{64} \times 10 + \frac{6}{64} \times 11 + \frac{5}{64} \times 12 + \frac{4}{64} \times 13 + \frac{3}{64} \times 14 + \frac{2}{64} \times 15 + \frac{1}{64} \times 16$
$= \frac{2}{64} + \frac{6}{64} + \frac{12}{64} + \frac{20}{64} + \frac{30}{64} + \frac{42}{64} + \frac{56}{64} + \frac{72}{64} + \frac{70}{64} + \frac{66}{64} + \frac{60}{64} + \frac{52}{64} + \frac{42}{64} + \frac{30}{64} + \frac{16}{64}$
$= \frac{576}{64}$
$= 9$

Réponse : On peut espérer obtenir une somme de 9.

SECTION 5.3 Types d'événements et probabilité conditionnelle

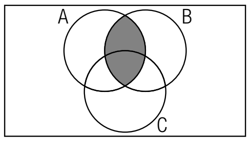
Page 226

1. **a)** Dépendants. **b)** Indépendants. **c)** Dépendants. **d)** Dépendants. **e)** Indépendants.

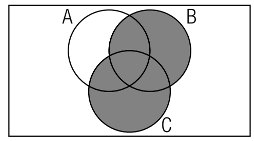
Page 227

2. **a)** Non mutuellement exclusifs. **b)** Non mutuellement exclusifs. **c)** Mutuellement exclusifs. **d)** Non mutuellement exclusifs.

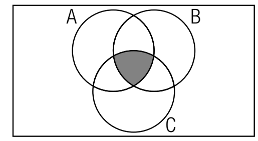
3. **a)** Ω



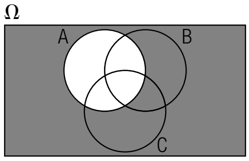
b) Ω



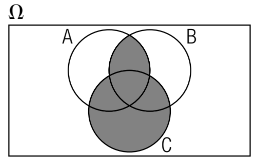
c) Ω



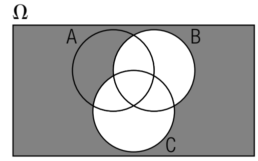
d) Ω



e) Ω



f) Ω



4. **a)** $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$
$= \dfrac{0{,}09}{0{,}32}$, soit $\approx 0{,}28$.

b) $P(A \mid B) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(B)}$
$= \dfrac{0{,}09}{0{,}51}$, soit $\approx 0{,}18$.

c) $P(C \mid A) = \dfrac{P(A \cap C)}{P(A)}$
$= \dfrac{0}{0{,}32}$
$= 0$

d) $P(A \mid C) = \dfrac{P(C \cap A)}{P(C)}$
$= \dfrac{0}{0{,}36}$
$= 0$

e) $P(B \mid C) = \dfrac{P(C \cap B)}{P(C)}$
$= \dfrac{0{,}1}{0{,}36}$, soit $\approx 0{,}28$.

f) $P(C \mid B) = \dfrac{P(B \cap C)}{P(B)}$
$= \dfrac{0{,}1}{0{,}51}$, soit $\approx 0{,}2$.

Page 228

5. **a)** $P(A) = \dfrac{14}{30} = \dfrac{7}{15}$

b) $P(C) = \dfrac{13}{30}$

c) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$
$= \dfrac{\frac{5}{30}}{\frac{7}{15}} = \dfrac{5}{14}$

d) $P(C \mid B) = \dfrac{P(B \cap C)}{P(B)}$
$= \dfrac{\frac{4}{30}}{\frac{11}{30}} = \dfrac{4}{11}$

e) $P((A \cap B) \mid B) = \dfrac{P(B \cap (A \cap B))}{P(B)}$
$= \dfrac{\frac{5}{30}}{\frac{11}{30}} = \dfrac{5}{11}$

6. **Résultats du sondage**

Plus haut diplôme obtenu \ Âge	[15, 20[	[20, 30[	[30, 45[	[45, 60[	[60, +[	**Total**
Diplôme d'études secondaires	112	197	238	220	103	**870**
Diplôme d'études collégiales	48	66	99	85	36	**334**
Diplôme d'études universitaires	0	31	42	38	15	**126**
Total	**160**	**294**	**379**	**343**	**154**	**1330**

a) $P(\text{études universitaires}) = \dfrac{126}{1330} = \dfrac{9}{95}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{9}{95}$.

b) $P(\text{études universitaires} \mid [20, 30[)$
$= \dfrac{P([20, 30[\cap \text{ études universitaires})}{P([20, 30[)} = \dfrac{\frac{31}{1330}}{\frac{294}{1330}} = \dfrac{31}{294}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{31}{294}$.

c) $P(\text{au moins études collégiales} \mid [45, 60[)$
$= \dfrac{P([45, 60[\cap \text{ au moins études collégiales})}{P([45, 60[)} = \dfrac{\frac{85 + 38}{1330}}{\frac{343}{1330}}$
$= \dfrac{85 + 38}{343} = \dfrac{123}{343}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{123}{343}$.

d) $P([15, 20[\mid \text{études secondaires})$
$= \dfrac{P(\text{études secondaires} \cap [15, 20[)}{P(\text{études secondaires})} = \dfrac{\frac{112}{1330}}{\frac{870}{1330}} = \dfrac{112}{870} = \dfrac{56}{435}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{56}{435}$.

Page 229

7. **Étude clinique**

Sexe \ Médicament	Placebo (P)	Antiviral (A)	**Total**
Femme (F)	235	227	**462**
Homme (H)	**261**	**294**	**555**
Total	**496**	521	**1017**

a) $P(A|F) = \frac{P(F \cap A)}{P(F)} = \frac{\frac{227}{1017}}{\frac{462}{1017}} = \frac{227}{462} \approx 49{,}13\ \%$

Réponse : La probabilité est d'environ 49,13 %.

b) $P(H|P) = \frac{P(P \cap H)}{P(P)} = \frac{\frac{261}{1017}}{\frac{496}{1017}} = \frac{261}{496} \approx 52{,}62\ \%$

Réponse : La probabilité est d'environ 52,62 %.

8. a) Non, ces événements ne sont pas complémentaires puisque leur union ne forme pas l'univers des résultats possibles (Ω). $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, $A = \{3, 6, 9, 12\}$ et $B = \{3, 5, 7, 9, 11\}$. Donc, $A \cup B \neq \Omega$.

b) Non, ces événements ne sont pas mutuellement exclusifs puisque les sommes 3 et 9 sont communes aux deux événements.

c) **1)** $P(A \cap B) = \frac{2}{11}$

2) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{11} + \frac{5}{11} - \frac{2}{11} = \frac{7}{11}$

3) $P(A|B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{11}}{\frac{5}{11}} = \frac{2}{5}$

9. a) $\varnothing$ **b)** 0,22 **c)** $\varnothing$ **d)** $P(B)$ **e)** 0,5 **f)** 0

Page 230

10. a) $P(I|S) = \frac{P(S \cap I)}{P(S)} = \frac{\frac{109 + 112}{1074}}{\frac{515}{1074}} = \frac{221}{515}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{221}{515}$.

b) $P(T \cup S) = P(T) + P(S) - P(T \cap S) = \frac{834}{1074} + \frac{515}{1074} - \frac{330}{1074} = \frac{1019}{1074}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1019}{1074}$.

c) $P(I) + P(I') = 1$

$\frac{479}{1074} + P(I') = 1$

$P(I') = \frac{595}{1074}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{595}{1074}$.

11. a) $P(\text{multiple de 4}|\text{jaune}) = \frac{P(\text{jaune} \cap \text{multiple de 4})}{P(\text{jaune})} = \frac{\frac{2}{27}}{\frac{9}{27}} = \frac{2}{9}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{2}{9}$.

b) $P(\text{multiple de 5}|\text{bleue}) = \frac{P(\text{bleue} \cap \text{multiple de 5})}{P(\text{bleue})} = \frac{\frac{1}{27}}{\frac{9}{27}} = \frac{1}{9}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{9}$.

c) $P(\text{rouge}|\text{nombre pair}) = \frac{P(\text{nombre pair} \cap \text{rouge})}{P(\text{nombre pair})} = \frac{\frac{4}{27}}{\frac{13}{27}} = \frac{4}{13}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{4}{13}$.

Page 231

12. a) $P(\text{t-shirt}|\text{tiroir 2}) = \frac{P(\text{tiroir 2} \cap \text{t-shirt})}{P(\text{tiroir 2})} = \frac{\frac{4}{30}}{\frac{9}{30}} = \frac{4}{9}$

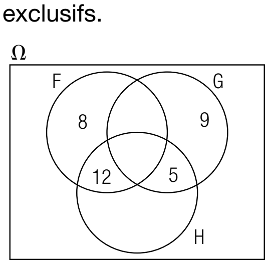
Réponse : La probabilité est de $\frac{4}{9}$.

b) $P(\text{tiroir 1}|\text{shorts}) = \frac{P(\text{shorts} \cap \text{tiroir 1})}{P(\text{shorts})} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{8}{30}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{1}{4}$.

13. a) Mutuellement exclusifs. **b)** Mutuellement exclusifs. **c)** Non mutuellement exclusifs. **d)** Mutuellement exclusifs.

14. a)



$P(F \cup H) = P(F) + P(H) - P(F \cap H) = \frac{20}{34} + \frac{17}{34} - \frac{12}{34} = \frac{25}{34}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{25}{34}$.

b) Les événements « obtenir un garçon » et « obtenir une fille » sont mutuellement exclusifs puisque leur intersection est vide. Ils sont également complémentaires puisque leur union correspond à l'univers des résultats possibles.

Page 232

15. a) Non, puisque leur union ne forme pas l'univers des résultats possibles (Ω).

b) Non, puisque des précipitations les deux journées sont possibles.

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0{,}75 = 0{,}7 + 0{,}35 - P(A \cap B)$

$P(A \cap B) = 0{,}3$

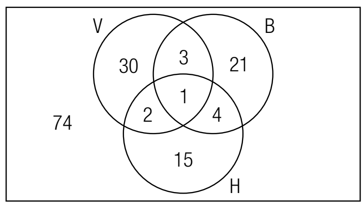
Réponse : La probabilité est de 0,3.

d) $P(B \mid A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$= \dfrac{0{,}3}{0{,}7}$, soit $\approx 0{,}43$.

Réponse : La probabilité est d'environ 0,43.

16. a) Ω



$P(B \cup H \mid V) = \dfrac{P(V \cap (B \cup H))}{P(V)} = \dfrac{\frac{6}{150}}{\frac{36}{150}} = \dfrac{1}{6}$

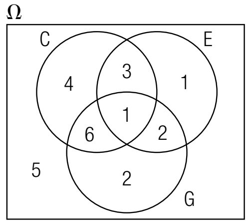
Réponse : La probabilité est de $\dfrac{1}{6}$.

b) $P(V \cap H \mid B) = \dfrac{P(B \cap (V \cap H))}{P(B)} = \dfrac{\frac{1}{150}}{\frac{29}{150}} = \dfrac{1}{29}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{1}{29}$.

Page 233

17. a) 1) Ω



Réponse : $P(C \cup E) = \dfrac{17}{24}$

2) $P((C \cap E) \cup G) = \dfrac{4 + 10}{24}$

$= \dfrac{14}{24} = \dfrac{7}{12}$

Réponse : $P((C \cap E) \cup G) = \dfrac{7}{12}$

b) 1) $P(\text{aucune blessure}) = \dfrac{5}{24}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{5}{24}$.

2) $P(C \mid G) = \dfrac{P(G \cap C)}{P(G)} = \dfrac{\frac{7}{24}}{\frac{11}{24}} = \dfrac{7}{11}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{7}{11}$.

18. a) Oui, car ils ne peuvent pas se produire en même temps, c'est-à-dire qu'une personne ne peut avoir à la fois l'arabe et l'espagnol comme langue maternelle.

b) Non, puisque cette situation correspond à un tirage sans remise et que le résultat obtenu lors du 1er choix modifie la probabilité du 2e choix.

Page 234

c) $P(\text{anglais}) = \dfrac{14}{42} = \dfrac{1}{3}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{1}{3}$.

d) $P(\text{espagnol} \mid \text{femme}) = \dfrac{P(\text{femme} \cap \text{espagnol})}{P(\text{femme})}$

$= \dfrac{\frac{4}{42}}{\frac{25}{42}} = \dfrac{4}{25}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{4}{25}$.

19. Répartition des matériaux et du diamètre des trous

Matériaux \ Diamètre (mm)	4	5	6	7	Total
Érable	123	427	252	106	**908**
Pin	201	529	314	197	**1241**
Chêne	45	103	59	38	**245**
Total	**369**	**1059**	**625**	**341**	**2394**

a) $P(\text{rejetée}) = \dfrac{625 + 341}{2394} = \dfrac{966}{2394} = \dfrac{23}{57}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{23}{57}$.

b) $P(\text{rejetée} \mid \text{pin}) = \dfrac{P(\text{pin} \cap \text{rejetée})}{P(\text{pin})}$

$= \dfrac{\frac{314 + 197}{2394}}{\frac{1241}{2394}} = \dfrac{\frac{511}{2394}}{\frac{1241}{2394}} = \dfrac{511}{1241} = \dfrac{7}{17}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{7}{17}$.

c) $P(\text{chêne rejetée}) = \dfrac{59 + 38}{245} = \dfrac{97}{245}$

$P(\text{deux chêne rejetées}) = \dfrac{97}{245} \times \dfrac{96}{244} = \dfrac{9312}{59\,780} = \dfrac{2328}{14\,945}$

Réponse : La probabilité est de $\dfrac{2328}{14\,945}$.

d) Nombre de planches d'érable acceptées : 123 + 427 = 550 planches

$P(\text{érable acceptée}) = \frac{550}{908}$, soit $\approx 0{,}61$.

Réponse : Il s'agit d'une planche d'érable.

e) $P(\text{chêne} \mid \text{acceptée}) = \frac{P(\text{acceptée} \cap \text{chêne})}{P(\text{acceptée})} = \frac{\frac{45 + 103}{2394}}{\frac{369 + 1059}{2394}} = \frac{\frac{148}{2394}}{\frac{1428}{2394}} = \frac{148}{1428} = \frac{37}{357}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{37}{357}$.

SECTION 5.4 Procédures de vote

Page 239

1. **a)** Vote par assentiment. **b)** Principe de Condorcet. **c)** Méthode de Borda.
2. **a)** Règle de la pluralité.
   b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
   Avantage : La compilation est simple et rapide.
   Inconvénient : Une majorité du public peut être déçue de ne pas voir son humoriste préféré récompensé.
   c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* La règle de la majorité ne serait pas un choix approprié puisqu'elle peut nécessiter plusieurs tours de scrutin afin de déterminer un vainqueur. Dans cette situation, il serait difficile de faire voter le public à plusieurs reprises.
3. **a)** La règle de la majorité a été utilisée pour élire le président ou la présidente et le scrutin proportionnel, pour élire les représentants des circonscriptions.
   b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* La règle de la majorité peut laisser beaucoup d'électeurs insatisfaits du résultat. Le scrutin proportionnel, lui, engendre une répartition du pouvoir généralement assez fidèle à la volonté des électeurs.

Page 240

4. **a)** A vs B $\left\{\begin{array}{l}39 + 27 = 66 \text{ électeurs préfèrent A à B.}\\ 42 + 31 = 73 \text{ électeurs préfèrent B à A.}\end{array}\right\}$ B l'emporte sur A.

   B vs C $\left\{\begin{array}{l}39 + 31 = 70 \text{ électeurs préfèrent B à C.}\\ 42 + 27 = 69 \text{ électeurs préfèrent C à B.}\end{array}\right\}$ B l'emporte sur C.

   A vs C $\left\{\begin{array}{l}39 + 31 = 70 \text{ électeurs préfèrent A à C.}\\ 42 + 27 = 69 \text{ électeurs préfèrent C à A.}\end{array}\right\}$ A l'emporte sur C.

   Réponse : Le candidat ou la candidate B serait vainqueur.

   b) Majorité des votes :
   (39 + 42 + 27 + 31) × 50 % = 69,5 votes
   Donc, 70 votes.

   Nombre de votes de 1er choix :
   A : 39 votes
   B : 31 votes
   C : 42 + 27 = 69 votes

   On élimine donc B. Les 31 votes de 1er choix de B sont transférés à A qui constitue le choix suivant de ces 31 électeurs. A obtient maintenant 39 + 31 = 70 votes de 1er choix. A obtient la majorité et est vainqueur.

   Réponse : Le candidat ou la candidate A serait vainqueur.
5. **a)** Le vote par assentiment serait la procédure de vote la plus appropriée puisque les choix ne sont pas classés par ordre de préférence et que plusieurs employés ont voté pour plus d'une activité.
   b) Nombre de votes pour les différentes activités :
   Activité A : 17 + 15 = 32 votes   Activité B : 17 + 21 = 38 votes   Activité C : 17 + 15 = 32 votes
   Activité D : 21 + 8 = 29 votes   Activité E : 17 + 15 + 8 = 40 votes

   Réponse : L'activité E devrait avoir lieu puisqu'elle récolte davantage de votes que les autres.

Page 241

6. **a)** La règle de la pluralité, puisque, avec cette procédure de vote, un parti politique n'a pas besoin d'avoir la majorité des votes pour être élu.
   b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Lorsque le parti au pouvoir remportait une circonscription, le résultat du vote était très serré avec les deux autres partis. Lorsqu'un des deux autres partis remportait une circonscription, le résultat était serré entre les deux partis perdants, mais le parti au pouvoir recevait peu de votes dans cette circonscription.

7. **a)** Selon la règle de la pluralité, le film D devrait être visionné puisqu'il récolte le plus de votes de 1er choix, soit 48.
b) Majorité des votes : $(34 + 29 + 48 + 38) \times 50\ \% = 74{,}5$ votes. Donc, 75 votes.
Selon la règle de la majorité, aucun film ne serait visionné puisqu'aucun n'a obtenu la majorité de plus de 50 % des votes, soit 75 votes.
c) Nombre de votes de 1er choix :
Film A : 34 votes Film B : 38 votes Film C : 29 votes Film D : 48 votes
On élimine donc le film C.
Les 29 votes de 1er choix de C sont transférés à D qui constitue le choix suivant de ces 29 élèves. Le film D obtient maintenant $48 + 29 = 77$ votes de 1er choix. Le film D obtenant la majorité, il sera visionné.

Réponse : Le film D devrait être visionné.

Page 242

8. Puisque l'élection comporte trois candidats, on attribue 3 points au 1er choix, 2 points au 2e choix et 1 point au 3e choix.
Nombre de points obtenus par chaque candidat ou candidate :
Olivia : $31 \times 3 + 29 \times 2 + 18 \times 1 + 39 \times 3 + 16 \times 1 + 27 \times 2 = 356$ points
Benoît : $31 \times 2 + 29 \times 1 + 18 \times 3 + 39 \times 1 + 16 \times 2 + 27 \times 3 = 297$ points
Loïc : $31 \times 1 + 29 \times 3 + 18 \times 2 + 39 \times 2 + 16 \times 3 + 27 \times 1 = 307$ points

Réponse : Olivia est élue représentante des élèves de 5e secondaire.

9. $8 \times 50\ \% = 4$ Donc, 5 appuis.

Réponse : Il ou elle doit recevoir au moins cinq appuis pour remporter ce titre.

10. Nombre total de votes : $2209 + 1985 + 702 + 2713 = 7609$ votes
Répartition des votes et des sièges :

Parti	Pourcentage récolté par chaque parti	Nombre de sièges
A	$\frac{2209}{7609} \approx 29{,}03\ \%$	$29{,}03\ \% \times 12 \approx 3{,}48$, soit au moins 3 sièges
B	$\frac{1985}{7609} \approx 26{,}09\ \%$	$26{,}09\ \% \times 12 \approx 3{,}13$, soit au moins 3 sièges
C	$\frac{702}{7609} \approx 9{,}23\ \%$	$9{,}23\ \% \times 12 \approx 1{,}11$, soit au moins 1 siège
D	$\frac{2713}{7609} \approx 35{,}66\ \%$	$35{,}66\ \% \times 12 \approx 4{,}28$, soit au moins 4 sièges

Le parti A ayant la portion décimale la plus élevée, soit 0,48, il se voit attribuer le siège supplémentaire restant.

Réponse : Le parti A aura 4 sièges, le parti B, 3 sièges, le parti C, 1 siège et le parti D, 4 sièges.

Page 243

11. Nombre de votes pour les capitaines :
Adam : $4 + 3 = 7$ votes Carl : $4 + 3 + 6 = 13$ votes
Lou : $11 + 3 = 14$ votes David : $4 + 6 = 10$ votes

Réponse : Lou sera le prochain capitaine de l'équipe.

12. A vs B $\left\{\begin{array}{l} 26 + 22 = 48 \text{ employés préfèrent A à B.} \\ 18 + 19 = 37 \text{ employés préfèrent B à A.} \end{array}\right\}$ A l'emporte sur B.

B vs C $\left\{\begin{array}{l} 18 + 22 = 40 \text{ employés préfèrent B à C.} \\ 26 + 19 = 45 \text{ employés préfèrent C à B.} \end{array}\right\}$ C l'emporte sur B.

A vs C $\left\{\begin{array}{l} 26 + 22 = 48 \text{ employés préfèrent A à C.} \\ 18 + 19 = 37 \text{ employés préfèrent C à A.} \end{array}\right\}$ A l'emporte sur C.

Réponse : La photo A fera la couverture du magazine.

13.

Parti	Pourcentage récolté par chaque parti	Nombre de sièges
A	24,8 %	$24{,}8\ \% \times 10 = 2{,}48$, soit au moins 2 sièges
B	36,2 %	$36{,}2\ \% \times 10 = 3{,}62$, soit au moins 3 sièges
C	39 %	$39\ \% \times 10 = 3{,}9$ soit au moins 3 sièges

Les partis C et B ayant la portion décimale la plus élevée, soit respectivement de 0,9 et 0,62, on leur attribue chacun un siège supplémentaire.

Réponse : Le parti A aura 2 sièges, le parti B, 4 sièges et le parti C, également 4 sièges.

Page 244

14. Règle de la pluralité : Le restaurant asiatique l'emporte, car il a reçu le plus de votes.
Règle de la majorité : $(5 + 16 + 5 + 4) \times 50\ \% = 15$ votes
Donc, 16 votes.
Le restaurant asiatique l'emporte aussi, car il respecte la règle du plus de 50 % des votes.

Réponse : On pourrait utiliser l'une ou l'autre des procédures de vote, car les deux donnent le restaurant asiatique comme gagnant.

15. a) Nombre de points obtenus par chaque candidat ou candidate :
Andy : $37 \times 1 + 43 \times 3 + 58 \times 1 + 40 \times 3 = 344$ points
Béatrice : $37 \times 2 + 43 \times 2 + 58 \times 3 + 40 \times 1 = 374$ points
Claude : $37 \times 3 + 43 \times 1 + 58 \times 2 + 40 \times 2 = 350$ points

Réponse : Béatrice devrait être élue.

b) Andy vs Béatrice $\left\{\begin{array}{l}43 + 40 = 83 \text{ électeurs préfèrent Andy à Béatrice.}\\ 37 + 58 = 95 \text{ électeurs préfèrent Béatrice à Andy.}\end{array}\right\}$ Béatrice l'emporte sur Andy.

Béatrice vs Claude $\left\{\begin{array}{l}43 + 58 = 101 \text{ électeurs préfèrent Béatrice à Claude.}\\ 37 + 40 = 77 \text{ électeurs préfèrent Claude à Béatrice.}\end{array}\right\}$ Béatrice l'emporte sur Claude.

Andy vs Claude $\left\{\begin{array}{l}43 + 40 = 83 \text{ électeurs préfèrent Andy à Claude.}\\ 37 + 58 = 95 \text{ électeurs préfèrent Claude à Andy.}\end{array}\right\}$ Claude l'emporte sur Andy.

Réponse : Béatrice devrait être élue.

c) Majorité des votes : $(37 + 43 + 58 + 40) \times 50\ \% = 89$ votes
Donc, 90 votes.
Nombre de votes de 1^er^ choix :
Andy : $43 + 40 = 83$ votes
Béatrice : 58 votes
Claude : 37 votes

On élimine donc Claude.
Les 37 votes de 1er choix de Claude sont transférés à Béatrice qui constitue le choix suivant de ces 37 électeurs. Béatrice obtient maintenant la majorité, soit $58 + 37 = 95$ votes de 1er choix.

Réponse : Béatrice devrait être élue.

MÉLI-MÉLO

Page 245

1. a) Théorique. **b)** Théorique. **c)** Subjective. **d)** Fréquentielle. **e)** Subjective.

2. a) $\frac{12}{12 + 13} = \frac{12}{25}$ **b)** $\frac{3}{3 + 7} = \frac{3}{10}$ **c)** $\frac{21}{21 + 8} = \frac{21}{29}$ **d)** $\frac{4}{4 + 9} = \frac{4}{13}$

3. a) $\frac{14}{17 + 14} = \frac{14}{31}$ **b)** $\frac{11}{2 + 11} = \frac{11}{13}$ **c)** $\frac{29}{16 + 29} = \frac{29}{45}$ **d)** $\frac{15}{18 + 15} = \frac{15}{33}$

4. a) $E_m = 0{,}09 \times 3 + 0{,}24 \times 5 + 0{,}11 \times 9 + 0{,}27 \times 12 + 0{,}29 \times 15 = 10{,}05$

b) $E_m = 0{,}28 \times 108 + 0{,}08 \times 122 + 0{,}39 \times 135 + 0{,}25 \times 156 = 131{,}65$

5. a) $P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}12}{0{,}49}$, soit $\approx 0{,}24$.

b) $P(A \mid B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)} = \frac{0{,}12}{0{,}38}$, soit $\approx 0{,}32$.

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}49 + 0{,}38 - 0{,}12 = 0{,}75$

Page 246

6. a) Dépendants. **b)** Indépendants. **c)** Dépendants.

7. a) Mutuellement exclusifs. **b)** Non mutuellement exclusifs. **c)** Mutuellement exclusifs.

8. a) $\frac{P(\text{supérieur à 5} \cap \text{impair})}{P(\text{supérieur à 5})} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{P(\text{supérieur à 4} \cap \text{multiple de 3})}{P(\text{supérieur à 4})} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{4}{8}} = \frac{1}{4}$

c) $\frac{P(\text{inférieur à 5} \cap \text{multiple de 6})}{P(\text{inférieur à 5})} = \frac{\frac{0}{8}}{\frac{4}{8}} = 0$

d) $\frac{P(\text{inférieur à 7} \cap \text{pair})}{P(\text{inférieur à 7})} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{6}{8}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

9. $P(\text{remporte le tournoi}) = \frac{14}{11 + 14} = \frac{14}{25}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{14}{25}$.

10. a) Règle de la majorité.
b) Vote par élimination.
c) Règle de la pluralité.

Page 247

11. a) $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{5}{25}}{\frac{12}{25}} = \frac{5}{12}$

b) $P(A|C) = \frac{P(C \cap A)}{P(C)} = \frac{\frac{3}{25}}{\frac{8}{25}} = \frac{3}{8}$

c) $P(C|B) = \frac{P(B \cap C)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{25}}{\frac{12}{25}}$
$= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

d) $P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$
$= \frac{12}{25} + \frac{8}{25} - \frac{4}{25}$
$= \frac{16}{25}$

e) $P((A \cap B)|C) = \frac{P(C \cap (A \cap B))}{P(C)}$
$= \frac{\frac{2}{25}}{\frac{8}{25}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

f) $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{12}{25}$
$= \frac{13}{25}$

12.

Résultats de l'étude

Trouble \ Couleur	Brun	Bleu	Autres	**Total**
Myopie	84	62	35	**181**
Hypermétropie	56	39	21	**116**
Presbytie	31	24	16	**71**
Total	**171**	**125**	**72**	**368**

a) Soit R, l'événement « avoir les yeux bruns », et H, l'événement « être hypermétrope ».

$P(R|H) = \frac{P(H \cap R)}{P(H)} = \frac{\frac{56}{368}}{\frac{116}{368}} = \frac{56}{116} = \frac{14}{29}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{14}{29}$.

b) Soit P, l'événement « être presbyte », et B', l'événement « ne pas avoir les yeux bleus ».

$P(P|B') = \frac{P(B' \cap P)}{P(B')} = \frac{\frac{31 + 16}{368}}{\frac{171 + 72}{368}} = \frac{\frac{47}{368}}{\frac{243}{368}} = \frac{47}{243}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{47}{243}$.

Page 248

13. Nombre de figures de trèfle : 3 cartes
Nombre de cartes de trèfle gagnantes autres que les figures : $13 - 3 = 10$ cartes
Nombre de figures gagnantes autres que celles de trèfle : $12 - 3 = 9$ cartes
Nombre de cartes non gagnantes : $52 - (3 + 10 + 9) = 30$ cartes

$E_g = \frac{10}{52} \times 2 + \frac{9}{52} \times 5 + \frac{3}{52} \times (5 + 2) + \frac{30}{52} \times {}^-4$
$= \frac{20}{52} + \frac{45}{52} + \frac{21}{52} + {}^-\frac{120}{52}$
$= {}^-\frac{34}{52}$
$\approx {}^-0{,}65$ \$

Réponse : L'espérance de gain de ce jeu est d'environ ⁻0,65 $.

14. Nombre de votes pour chaque candidat ou candidate :
Camille : 5 + 9 + 7 = 21 votes
Hugo : 5 + 9 + 7 = 21 votes
Josée : 12 + 9 = 21 votes
Marc : 5 + 7 = 12 votes
Théo : 5 + 12 + 7 = 24 votes

Réponse : Théo sera le nouveau trésorier avec 24 votes.

15. a) $E_g = \frac{13}{52} \times 5 + \frac{13}{52} \times 0 + \frac{26}{52} \times {}^-2$
$= \frac{65}{52} + 0 + {}^-\frac{52}{52}$
$= \frac{1}{4}$
$= 0{,}25$ \$

Réponse : Non, ce jeu n'est pas équitable puisque l'espérance de gain est 0,25.

b) Montant à miser, x :
$0 = \frac{13}{52} \times 5 + \frac{13}{52} \times 0 + \frac{26}{52} \times {}^-x$
$0 = \frac{65 - 26x}{52}$
$26x = 65$
$x = 2{,}50$ \$

Réponse : Le joueur doit miser 2,50 $ pour que ce jeu soit équitable.

16. P(victoire d'Évelyne) $= \frac{9}{9 + 8} = \frac{9}{17}$, soit $\approx 0{,}53$. P(victoire de Cédrick) $= \frac{7}{7 + 6} = \frac{7}{13}$, soit $\approx 0{,}54$.

Réponse : Cédrick a la plus grande probabilité de remporter la compétition.

Page 249

17. Puisque le vote comporte trois candidats, on attribue 3 points au 1er choix, 2 points au 2e choix et 1 point au 3e choix.
Nombre de points obtenus par chaque athlète :
Dany : $113 \times 1 + 99 \times 3 + 108 \times 1 + 92 \times 2 + 56 \times 3 + 67 \times 2 = 1004$ points
Emy : $113 \times 2 + 99 \times 1 + 108 \times 3 + 92 \times 1 + 56 \times 2 + 67 \times 3 = 1054$ points
Félix : $113 \times 3 + 99 \times 2 + 108 \times 2 + 92 \times 3 + 56 \times 1 + 67 \times 1 = 1152$ points

Réponse : Félix sera élu athlète par excellence de l'année.

18. Nombre total de garçons : 12 + 5 + 16 + 11 + 9 + 8 = 61 garçons
Nombre total de filles : 8 + 3 + 10 + 5 + 3 + 2 = 31 filles
Nombre moyen d'activités effectuées par les garçons :

$$E_m = \frac{12}{61} \times 0 + \frac{5}{61} \times 1 + \frac{16}{61} \times 2 + \frac{11}{61} \times 3 + \frac{9}{61} \times 4 + \frac{8}{61} \times 5$$
$$= 0 + \frac{5}{61} + \frac{32}{61} + \frac{33}{61} + \frac{36}{61} + \frac{40}{61}$$
$$= \frac{146}{61}$$
$$\approx 2{,}39 \text{ activités}$$

Nombre moyen d'activités effectuées par les filles :

$$E_m = \frac{8}{31} \times 0 + \frac{3}{31} \times 1 + \frac{10}{31} \times 2 + \frac{5}{31} \times 3 + \frac{3}{31} \times 4 + \frac{2}{31} \times 5$$
$$= 0 + \frac{3}{31} + \frac{20}{31} + \frac{15}{31} + \frac{12}{31} + \frac{10}{31}$$
$$= \frac{60}{31}$$
$$\approx 1{,}94 \text{ activité}$$

Écart : 2,39 − 1,94 ≈ 0,46 activité

Réponse : L'écart est d'environ 0,46 activité.

Page 250

19. **Curriculum vitæ**

Expérience (années) \ Sexe	Femme	Homme	**Total**
[0, 5[	14	20	**34**
[5, 10[	10	28	**38**
[10, 15[	7	9	**16**
[15, 20[	1	2	**3**
Total	**32**	**59**	**91**

a) 1) $P(< 15 \mid F) = \frac{P(F \cap < 15)}{P(F)} = \frac{\frac{14 + 10 + 7}{91}}{\frac{32}{91}} = \frac{\frac{31}{91}}{\frac{32}{91}} = \frac{31}{32}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{31}{32}$.

2) $P(F \mid < 5) = \frac{P(< 5 \cap F)}{P(< 5)} = \frac{\frac{14}{91}}{\frac{34}{91}} = \frac{14}{34} = \frac{7}{17}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{7}{17}$.

b) $P(\text{un homme avec 5 à 10 ans d'expérience}) = \frac{28}{59}$

$P(\text{deux hommes avec 5 à 10 ans d'expérience}) = \frac{28}{59} \times \frac{27}{58} = \frac{756}{3422} = \frac{378}{1711}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{378}{1711}$.

20. Boston vs New York { 19 + 25 = 44 élèves préfèrent Boston à New York. / 27 + 23 = 50 élèves préfèrent New York à Boston. } New York l'emporte sur Boston.

New York vs Toronto { 19 + 23 = 42 élèves préfèrent New York à Toronto. / 27 + 25 = 52 élèves préfèrent Toronto à New York. } Toronto l'emporte sur New York.

Toronto vs Boston { 27 + 23 = 50 élèves préfèrent Toronto à Boston. / 19 + 25 = 44 élèves préfèrent Boston à Toronto. } Toronto l'emporte sur Boston.

Réponse : La destination sera Toronto.

Page 251

21. a) $P(\text{serviette} \mid \text{boîte 1}) = \frac{P(\text{boîte 1} \cap \text{serviette})}{P(\text{boîte 1})} = \frac{\frac{5}{40}}{\frac{12}{40}} = \frac{5}{12}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{5}{12}$.

b) $P(\text{débarbouillette} \mid \text{boîte 3}) = \frac{P(\text{boîte 3} \cap \text{débarbouillette})}{P(\text{boîte 3})} = \frac{\frac{0}{40}}{\frac{11}{40}} = \frac{0}{11} = 0$

Réponse : La probabilité est de 0.

c) $P(\text{boîte 2} \mid \text{drap}) = \frac{P(\text{drap} \cap \text{boîte 2})}{P(\text{drap})} = \frac{\frac{4}{40}}{\frac{10}{40}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Réponse : La probabilité est de $\frac{2}{5}$.

22. a) Le candidat ou la candidate C sera vainqueur puisqu'il ou elle a plus de votes de 1[er] choix.

b) Majorité des votes :
$(51 + 47 + 46 + 48) \times 50\ \% = 96$ votes
Donc, 97 votes.

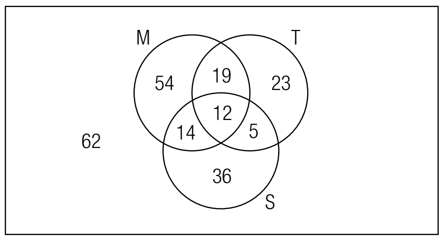
Nombre de votes de 1[er] choix :
A : 51 votes
B : 47 votes
C : $46 + 48 = 94$ votes

On élimine donc B.
Les 47 votes de 1[er] choix de B sont transférés à A qui constitue le choix suivant de ces 47 élèves. A obtient maintenant la majorité, soit $51 + 47 = 98$ votes de 1[er] choix.

Réponse : Le candidat ou la candidate A sera vainqueur.

Page 252

23. a) Ω



b) **1)** $P(\text{théâtre et musique} \mid \text{sport})$

$$= \frac{P(\text{sport} \cap \text{théâtre et musique})}{P(\text{sport})} = \frac{\frac{12}{225}}{\frac{67}{225}} = \frac{12}{67}$$

Réponse : La probabilité est de $\frac{12}{67}$.

2) $P(\text{sport ou musique} \mid \text{théâtre})$

$$= \frac{P(\text{théâtre} \cap \text{sport ou musique})}{P(\text{théâtre})} = \frac{\frac{36}{225}}{\frac{59}{225}} = \frac{36}{59}$$

Réponse : La probabilité est de $\frac{36}{59}$.

24. **Ventes d'un concessionnaire**

Couleur / Type	Rouge	Noire	Blanche	**Total**
Sport	6	**4**	3	**13**
Berline	8	10	**9**	**27**
Camionnette	**3**	**8**	5	**16**
Total	**17**	**22**	**17**	**56**

$$P(\text{camionnette} \mid \text{noire}) = \frac{P(\text{noire} \cap \text{camionnette})}{P(\text{noire})} = \frac{\frac{8}{56}}{\frac{22}{56}} = \frac{8}{22} = \frac{4}{11}$$

Réponse : La probabilité est de $\frac{4}{11}$.

Pages 253-254

25. Probabilité de gagner le 1[er] prix :

$$P(1^{\text{er}}\text{ prix}) = \frac{7}{43 + 7} = \frac{7}{50} = \frac{42}{300}$$

Probabilité de gagner le 2[e] prix :

$$P(2^{\text{e}}\text{ prix}) = \frac{2}{13 + 2} = \frac{2}{15} = \frac{40}{300}$$

Probabilité de gagner le 3[e] prix :

$$P(3^{\text{e}}\text{ prix}) = \frac{3}{20} = \frac{45}{300}$$

Probabilité de perdre à ce jeu :

$$P(\text{perdre}) = 1 - \frac{42 + 40 + 45}{300} = \frac{173}{300}$$

Valeur, x, du 2[e] prix :

$$E_g = 316{,}67 \div 200$$
$$\approx -1{,}58\ \$$$
$$-1{,}58 \approx \frac{42}{300} \times 15 + \frac{40}{300} \times x + \frac{45}{300} \times 5 + \frac{173}{300} \times -10$$
$$-1{,}58 \approx \frac{630}{300} + \frac{40x}{300} + \frac{225}{300} - \frac{1730}{300}$$
$$-1{,}58 \approx \frac{40x}{300} - \frac{875}{300}$$
$$-1{,}33 \approx \frac{40x}{300}$$
$$x \approx 10\ \$$$

Donc, 10 $.

Réponse : La valeur du 2[e] prix est de 10 $.

Pages 255-256

26. Nombre de points obtenus par chaque chef :
Éric : $246 \times 3 + 327 \times 2 + 112 \times 1 + 359 \times 3 + 263 \times 1 + 197 \times 2 = 3238$ points
Laurence : $246 \times 2 + 327 \times 1 + 112 \times 3 + 359 \times 1 + 263 \times 2 + 197 \times 3 = 2631$ points
Maxime : $246 \times 1 + 327 \times 3 + 112 \times 2 + 359 \times 2 + 263 \times 3 + 197 \times 1 = 3155$ points

Éric est le chef vainqueur.

Nombre de téléspectateurs ayant voté pour Laurence comme 2^{e} choix : $246 + 263 = 509$ téléspectateurs

Nombre de téléspectateurs parmi les 509 à avoir voté pour Éric comme 1er choix : 246 téléspectateurs

Nombre total de téléspectateurs : $246 + 327 + 112 + 359 + 263 + 197 = 1504$ télespectateurs

$$P(\text{Éric 1}^{\text{er}}\text{ choix} \mid \text{Laurence 2}^{\text{e}}\text{ choix}) = \frac{P(\text{Laurence 2}^{\text{e}}\text{ choix} \cap \text{Éric 1}^{\text{er}}\text{ choix})}{P(\text{Laurence 2}^{\text{e}}\text{ choix})} = \frac{\frac{246}{1504}}{\frac{509}{1504}} = \frac{246}{509}$$

Réponse : La probabilité que le ou la chef vainqueur soit le 1er choix d'un téléspectateur ou d'une téléspectatrice, sachant que Laurence était son 2^{e} choix, est de $\frac{246}{509}$.

Pages 257-258

27. Règle de la majorité :

Majorité des votes : $(24 + 37 + 33 + 26 + 43) \times 50\ \% = 81{,}5$ votes
Donc, 82 votes.

Votes de 1er choix :
A : $24 + 26 = 50$ votes
B : 33 votes
C : $37 + 43 = 80$ votes
Ne s'applique pas puisqu'aucun candidat ou aucune candidate n'obtient la majorité.

Vote par assentiment :
Total des votes :
A : $24 + 37 + 33 + 26 + 43 = 163$ votes
B : $24 + 37 + 33 + 26 + 43 = 163$ votes
C : $24 + 37 + 33 + 26 + 43 = 163$ votes
Ne s'applique pas puisque tous les candidats ont obtenu le même nombre de votes.

Scrutin proportionnel : Ne s'applique pas puisqu'il n'y a pas de sièges à distribuer.

Règle de la pluralité : Le candidat ou la candidate C est vainqueur puisqu'il ou elle reçoit davantage de votes de 1er choix.

Principe de Condorcet :

A vs B $\begin{cases} 24 + 37 + 26 = 87 \text{ actionnaires préfèrent A à B.} \\ 33 + 43 = 76 \text{ actionnaires préfèrent B à A.} \end{cases}$ A l'emporte sur B.

B vs C $\begin{cases} 24 + 33 = 57 \text{ actionnaires préfèrent B à C.} \\ 37 + 26 + 43 = 106 \text{ actionnaires préfèrent C à B.} \end{cases}$ C l'emporte sur B.

A vs C $\begin{cases} 24 + 33 + 26 = 83 \text{ actionnaires préfèrent A à C.} \\ 37 + 43 = 80 \text{ actionnaires préfèrent C à A.} \end{cases}$ A l'emporte sur C.

Le candidat ou la candidate A est vainqueur.

Vote par élimination :
Majorité des votes : $(24 + 37 + 33 + 26 + 43) \times 50\ \% = 81{,}5$ votes
Donc, 82 votes.
Votes de 1er choix :
A : $24 + 26 = 50$ votes
B : 33 votes
C : $37 + 43 = 80$ votes
On élimine donc B.
Les 33 votes de 1er choix de B sont transférés à A qui constitue le choix suivant de ces 33 actionnaires.
Ayant maintenant $50 + 33 = 83$ votes de 1er choix, A obtient la majorité et est vainqueur.
Le candidat ou la candidate A est vainqueur.

Méthode de Borda :
Nombre de points obtenus par chaque candidat ou candidate :
A : $24 \times 3 + 37 \times 2 + 33 \times 2 + 26 \times 3 + 43 \times 1 = 333$ points
B : $24 \times 2 + 37 \times 1 + 33 \times 3 + 26 \times 1 + 43 \times 2 = 296$ points
C : $24 \times 1 + 37 \times 3 + 33 \times 1 + 26 \times 2 + 43 \times 3 = 349$ points
Le candidat ou la candidate C est vainqueur.

Réponse : Aucun des candidats ne sera vainqueur puisque les candidats A et C seraient vainqueurs selon deux procédures de vote, et le candidat ou la candidate B ne serait jamais vainqueur. Ni A ni C ne respectent le critère de remporter les élections avec le plus grand nombre de procédures de vote.

Page 259

1. Capital initial du placement à un taux d'intérêt simple :

$C_0 = C_n(1 + n \times i)^{-1}$

$C_0 = 8800(1 + 10 \times 6\ \%)^{-1}$

$= 8800(1{,}6)^{-1}$

$= 5500$

Donc, 5500 $.

Capital accumulé du placement à un taux d'intérêt composé :

$n = 10 \times 12 = 120$ mois

$C_n = C_0(1 + i)^n$

$C_{120} = 5500(1 + 0{,}5\ \%)^{120}$

$= 5500(1{,}005)^{120}$

$\approx 10\ 006{,}68$

Donc, 10 006,68 $.

Réponse : Le capital accumulé serait de 10 006,68 $.

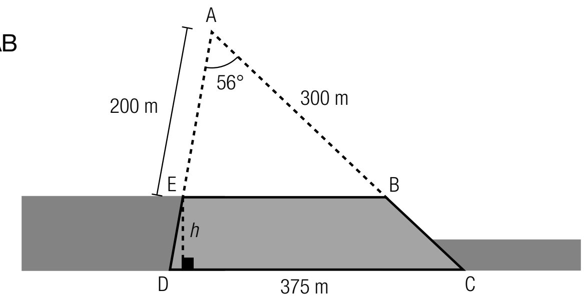
2. Mesure du segment EB :

$(\text{m } \overline{EB})^2 = (\text{m } \overline{AE})^2 + (\text{m } \overline{AB})^2 - 2(\text{m } \overline{AE})(\text{m } \overline{AB}) \cos \angle EAB$

$\text{m } \overline{EB} = \sqrt{200^2 + 300^2 - 2(200)(300)\cos 56°}$

$\approx \sqrt{62\ 896{,}85}$

$\approx 250{,}79$ m



Mesure de l'angle AEB :

$\dfrac{\text{m } \overline{EB}}{\sin \angle EAB} = \dfrac{\text{m } \overline{AB}}{\sin \angle AEB}$

$\dfrac{250{,}79}{\sin 56°} \approx \dfrac{300}{\sin \angle AEB}$

$\text{m } \angle AEB \approx 82{,}61°$

Mesure du segment AD :
Puisque les triangles ABE et ACD sont semblables par le cas de similitude AA, les mesures de leurs côtés homologues sont proportionnelles.

$\dfrac{\text{m } \overline{AD}}{\text{m } \overline{AE}} = \dfrac{\text{m } \overline{DC}}{\text{m } \overline{EB}}$

$\dfrac{\text{m } \overline{AD}}{200} \approx \dfrac{375}{250{,}79}$

$\text{m } \overline{AD} \approx 299{,}05$ m

Mesure du segment ED : $\text{m } \overline{ED} \approx 299{,}05 - 200 \approx 99{,}05$ m

Mesure de la hauteur, *h,* du barrage :
Puisque les segments EB et DC sont parallèles, les angles correspondants AEB et ADC sont isométriques.

$\sin \angle ADC = \dfrac{h}{\text{m } \overline{ED}}$

$\sin 82{,}61° \approx \dfrac{h}{99{,}05}$

$h \approx 98{,}23$ m

Réponse : La hauteur du barrage est d'environ 98,23 m.

Page 260

3. Don de 100 $:

$E_g = \dfrac{1}{1000} \times (40\ 000 - 100) + \dfrac{999}{1000} \times {}^-100$

$= {}^-60$ $

Don de 120 $:

$E_g = \dfrac{1}{1000} \times (60\ 000 - 120) + \dfrac{999}{1000} \times {}^-120$

$= {}^-60$ $

Don de 150 $:

$E_g = \dfrac{1}{1000} \times (85\ 000 - 150) + \dfrac{999}{1000} \times {}^-150$

$= {}^-65$ $

Réponse : Si une personne fait un très grand nombre de dons de 100 $ ou de 120 $, elle peut espérer perdre en moyenne 60 $ pour chaque don. Si une personne fait un très grand nombre de dons de 150 $, elle peut espérer perdre en moyenne 65 $ pour chaque don. Les dons de 150 $ sont les plus avantageux pour les organisateurs de la campagne de financement.

4. Volume du cylindre :

$V = \pi r^2 h$

$= \pi h^2 h$

$= \pi h^3$

Rayon de la base du cône équivalant au cylindre : h

Volume du cône :

$V = \dfrac{\pi r^2 h_{\text{cône}}}{3}$

$\pi h^3 = \dfrac{\pi h^2 h_{\text{cône}}}{3}$

$3\pi h^3 = \pi h^2 h_{\text{cône}}$

$h_{\text{cône}} = 3h$

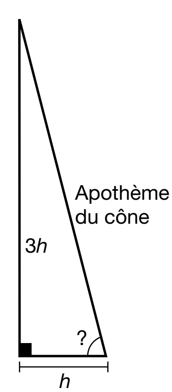
En regardant le cône de côté, on voit le triangle suivant.

Mesure de l'angle formé par la base du cône et sa surface latérale :

$? = \tan^{-1}\left(\dfrac{3\cancel{h}}{\cancel{h}}\right)$, où $h \neq 0$.

$= \tan^{-1} 3$

$\approx 71{,}57°$



Réponse : La mesure de l'angle formé par la base du cône et sa surface latérale est d'environ 71,57°.

Page 261

5. $P(3) = P(4) = \frac{90°}{360°} = \frac{1}{4}$

$P(5) = P(7) = P(9) = \frac{180° \div 3}{360°} = \frac{60°}{360°} = \frac{1}{6}$

Si le jeu est en faveur de l'organisation, l'espérance de gain pour un participant est de ⁻0,75 $.

Soit *x,* la mise exigée.

$$^{-}0{,}75 = \frac{1}{4} \times (3 - x) + \frac{1}{4} \times (4 - x) + \frac{1}{6} \times (5 - x) + \frac{1}{6} \times (7 - x) + \frac{1}{6} \times (9 - x)$$

$$^{-}0{,}75 = \frac{3}{4} - \frac{x}{4} + 1 - \frac{x}{4} + \frac{5}{6} - \frac{x}{6} + \frac{7}{6} - \frac{x}{6} + \frac{9}{6} - \frac{x}{6}$$

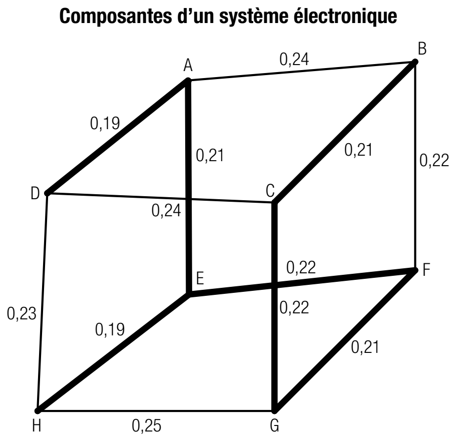
$$^{-}0{,}75 = \frac{126}{24} - \frac{24x}{24}$$

$$^{-}0{,}75 - \frac{126}{24} = {}^{-}x$$

$$x = 6\ \$$$

Réponse : La mise exigée pour participer à ce jeu doit être de 6 $.

6.



Temps minimal nécessaire :

$0{,}19 \times 2 + 0{,}21 \times 3 + 0{,}22 \times 2 = 1{,}45$ μs

Réponse : Le temps minimal nécessaire est de 1,45 μs.

Page 262

7. Ici, $c = a$.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$a^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$a^2 - a^2 - b^2 = {}^{-}2ab\cos C$$

$$\frac{^{-}b^2}{^{-}2ab} = \cos C$$

$$\frac{b}{2a} = \cos C$$

$$C = \cos^{-1}\left(\frac{b}{2a}\right)$$

8. Variables

x : Quantité de cidre de pomme produit (en kl)

y : Quantité de cidre de poire produit (en kl)

Objectif

Minimiser les coûts C de production (en k$)

Règle de la fonction à optimiser

$C = 2{,}5x + 3{,}5y$

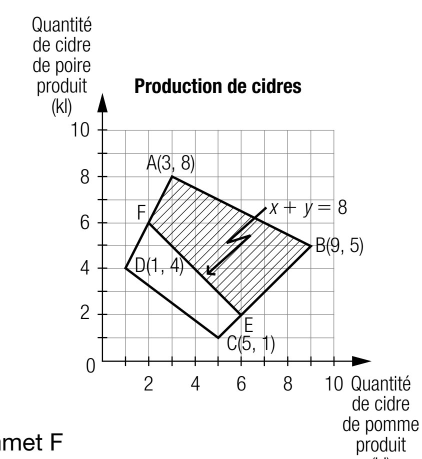
Nouvelle contrainte de la situation

$x + y \geq 8$

Coordonnées des sommets du nouveau polygone de contraintes

Équation de la droite AD : $y = 2x + 2$

Équation de la droite BC : $y = x - 4$



Coordonnée du sommet E (point d'intersection des droites BC et EF) :

$$x - 4 = {}^{-}x + 8 \qquad y = 6 - 4$$

$$x + x - 4 = 8 \qquad = 2$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

E(6, 2)

Coordonnées du sommet F (point d'intersection des droites AD et EF) :

$$2x + 2 = {}^{-}x + 8 \qquad y = 2 \times 2 + 2$$

$$x + 2x + 2 = 8 \qquad = 6$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

F(2, 6)

Solution optimale avant la nouvelle contrainte

Sommet	$C = 2{,}5x + 3{,}5y$
A(3, 8)	$C = 2{,}5 \times 3 + 3{,}5 \times 8 = 35{,}50$ k$
B(9, 5)	$C = 2{,}5 \times 9 + 3{,}5 \times 5 = 40$ k$
C(5, 1)	$C = 2{,}5 \times 5 + 3{,}5 \times 1 = 16$ k$
D(1, 4)	$C = 2{,}5 \times 1 + 3{,}5 \times 4 = 16{,}50$ k$

Les coordonnées du sommet C permettent de minimiser la fonction à optimiser.

Solution optimale après la nouvelle contrainte (polygone de contraintes ABEF)

Sommet	$C = 2{,}5x + 3{,}5y$
E(6, 2)	$C = 2{,}5 \times 6 + 3{,}5 \times 2 = 22$ k$
F(2, 6)	$C = 2{,}5 \times 2 + 3{,}5 \times 6 = 26$ k$

Les coordonnées du sommet E permettent de minimiser la fonction à optimiser.

Réponse : Avec la nouvelle contrainte, les coûts de production passent de 16 k$ à 22 k$, soit une augmentation de $22 - 16 = 6$ k$.

Page 263

9. Mesure du segment AC :

$$(m\,\overline{AC})^2 = (m\,\overline{AD})^2 + (m\,\overline{CD})^2 - 2(m\,\overline{AD})(m\,\overline{CD})\cos D$$
$$m\,\overline{AC} = \sqrt{54^2 + 120^2 - 2(54)(120)\cos 120°}$$
$$= \sqrt{23\,796}$$
$$\approx 154{,}26 \text{ cm}$$

Mesure de l'angle B :

$$(m\,\overline{AC})^2 = (m\,\overline{AB})^2 + (m\,\overline{BC})^2 - 2(m\,\overline{AB})(m\,\overline{BC})\cos B$$
$$154{,}26^2 \approx 110^2 + 70^2 - 2(110)(70)\cos B$$
$$\cos B = -\frac{6796}{15\,400}$$
$$m\angle B = \cos^{-1}\left(-\frac{6796}{15\,400}\right)$$
$$\approx 116{,}19°$$

Réponse : La mesure de l'angle B est d'environ 116,19°.

10. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

Majorité des votes : $(10 + 8 + 6 + 9 + 7 + 9 + 5 + 4) \times 50\ \% = 29$ votes
Donc, 30 votes.

Nombre de votes de 1er choix :
Christophe : $10 + 7 = 17$ votes, Nicolas : $8 + 5 = 13$ votes, Benjamin : $6 + 4 = 10$ votes, Marco : $9 + 9 = 18$ votes

On élimine donc Benjamin. Les votes de Benjamin sont transférés à Marco (6 votes) et à Christophe (4 votes) qui constituent les choix suivants.

Nombre de votes après l'élimination de Benjamin : Christophe : $17 + 4 = 21$ votes, Nicolas : 13 votes, Marco : $18 + 6 = 24$ votes

On élimine donc Nicolas. Les votes de premier choix de Nicolas sont transférés à Christophe (8 votes) et Marco (5 votes).

Nombre de votes après l'élimination de Nicolas : Christophe : $21 + 8 = 29$ votes, Marco : $24 + 5 = 29$ votes

Réponse : Étant donné l'égalité, l'entraîneur aurait pu nommer Marco comme capitaine à l'aide de la règle de la pluralité, Marco ayant reçu un vote de plus de premier choix.

Page 264

11. Volume du lingot A :

$$V_A = A_B \times h$$
$$= 6 \times 5 \times (x - 3)$$
$$= (30x - 90) \text{ cm}^3$$

Volume du lingot B :

$$V_B = \frac{A_B \times h}{3}$$
$$= \frac{8 \times 6 \times (x + 7{,}5)}{3}$$
$$= (16x + 120) \text{ cm}^3$$

Valeur de x :
Puisque les lingots sont équivalents, ils ont le même volume.

$$V_A = V_B$$
$$30x - 90 = 16x + 120$$
$$14x = 210$$
$$x = 15$$

Hauteur du lingot A : $h = x - 3 = 15 - 3 = 12$ cm
Hauteur du lingot B : $h = x + 7{,}5 = 15 + 7{,}5 = 22{,}5$ cm

Réponse : La hauteur du lingot A est de 12 cm et celle du lingot B est de 22,5 cm.

12. Soit les participants 1, 2 et 3.

Du départ A, 1 et 2 se dirigent vers B et 3, vers C. Quand 1 et 2 arrivent à B, 1 se dirige vers C pour rejoindre 3 et, simultanément, 2 se dirige vers D. Puis, 1 arrive à C pour rejoindre 3 et tous deux partent vers E. Ils se dirigent ensuite vers D pour rejoindre 2. De là, les trois participants se dirigent vers l'arrivée.

Temps de course : $4 + 5 + 3 + 4 + 11 = 27$ min

Réponse : Les membres de l'équipe devraient effectuer la course en 27 min.

Page 265

13. Équations associées à cette situation :

$y = -0{,}5x + 7{,}5$

$y = 0{,}5x + 4{,}5$

$y = -2x + 28$

Coordonnées des sommets du triangle :

Coordonnées du sommet A :

$-0{,}5x + 7{,}5 = 0{,}5x + 4{,}5$

$x = 3$

$y = -0{,}5 \times 3 + 7{,}5$

$= 6$

A(3, 6)

Coordonnées du sommet B :

$-2x + 28 = 0{,}5x + 4{,}5$

$x = 9{,}4$

$y = 0{,}5 \times 9{,}4 + 4{,}5$

$= 9{,}2$

B(9,4, 9,2)

Coordonnées du sommet C :

$-0{,}5x + 7{,}5 = -2x + 28$

$x = \frac{41}{3}$

$y = -0{,}5 \times \frac{41}{3} + 7{,}5$

$= \frac{2}{3}$

$C\left(\frac{41}{3}, \frac{2}{3}\right)$

Distance entre les sommets :

$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d(A, B) = \sqrt{(9{,}4 - 3)^2 + (9{,}2 - 6)^2}$

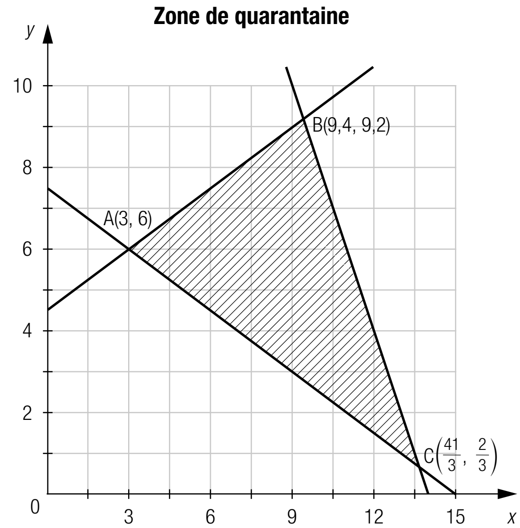
$\approx 7{,}16$ km

$d(B, C) = \sqrt{\left(\frac{41}{3} - 9{,}4\right)^2 + \left(\frac{2}{3} - 9{,}2\right)^2}$

$\approx 9{,}54$ km

$d(C, A) = \sqrt{\left(3 - \frac{41}{3}\right)^2 + \left(6 - \frac{2}{3}\right)^2}$

$\approx 11{,}93$ km



Aire du triangle ABC :

Soit p, le demi-périmètre.

$p \approx \frac{7{,}16 + 9{,}54 + 11{,}93}{2}$

$\approx 14{,}31$ km

$A = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$

$\approx \sqrt{14{,}31(14{,}31 - 7{,}16)(14{,}31 - 9{,}54)(14{,}31 - 11{,}93)}$

$\approx 34{,}13$ km^2

Réponse : L'aire de la zone de quarantaine est d'environ 34,13 km^2.

Page 266

14. **Résultats d'une étude clinique**

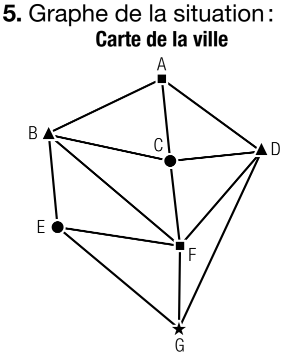
Type de réaction \ Sexe	Homme	Femme	**Total**
Positive	300	575	**875**
Négative	475	450	**925**
Total	**775**	**1025**	**1800**

$P(\text{positive} \mid \text{femme}) = \frac{P(\text{femme} \cap \text{positive})}{P(\text{femme})}$

$= \frac{\frac{575}{1800}}{\frac{1025}{1800}} = \frac{575}{1025}$, soit $\approx 56{,}1$ %.

Réponse : La probabilité est d'environ 56,1 %.

15. Graphe de la situation :



Il est nécessaire d'utiliser quatre couleurs pour représenter le nombre chromatique de ce graphe.

Réponse : Enzo a tort. Il doit utiliser quatre couleurs pour colorier la carte de la ville.

Page 267

16. Capital initial du placement Ⓐ :

$C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$
$C_0 = 4000(1 + 6\ \%)^{-6}$
$= 4000(1{,}06)^{-6}$
$\approx 2819{,}84$

Donc, 2819,84 $.

Capital initial du placement Ⓑ :

$C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$
$C_0 = 5000(1 + 5\ \%)^{-6}$
$= 5000(1{,}05)^{-6}$
$\approx 3731{,}08$

Donc, 3731,08 $.

Somme des capitaux initiaux :
2819,84 + 3731,08 = 6550,92 $.

Capitalisation du montant de 6550,92 $ à un taux d'intérêt simple de 8 % :

$C_n = C_0(1 + n \times i)$
$C_6 = 6550{,}92(1 + 6 \times 8\ \%)$
$= 6550{,}92(1{,}48)$
$= 9695{,}36$

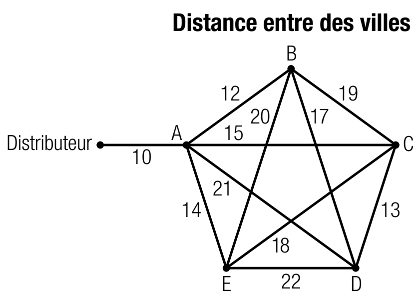
Donc, 9695,36 $.

Comparaison des capitaux accumulés :
4000 + 5000 = 9000 $
9695,36 > 9000

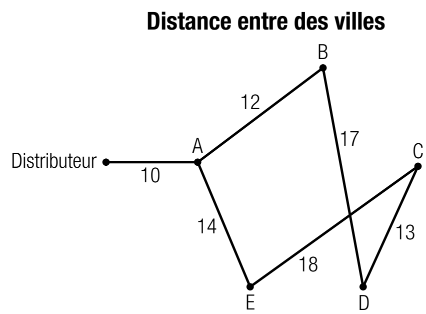
Réponse : Zachary a raison. Le capital accumulé avec un taux d'intérêt simple de 8 % serait de 9695,36 $, alors qu'il est actuellement de 9000 $.

Page 268

17. Graphe valué :



Cycle hamiltonien de valeur minimale entre les villes :

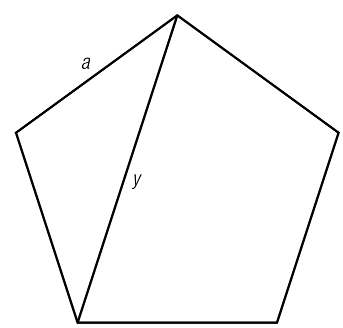


Cycle hamiltonien minimal : A-B-D-C-E-A ou A-E-C-D-B-A.

Distance totale à parcourir : 10 + 12 + 17 + 13 + 18 + 14 + 10 = 94 km

Réponse : Ce distributeur parcourra 94 km.

18. Soit a, la mesure d'un côté d'un pentagone régulier, et y, la mesure d'une de ses diagonales.



Valeur de y :

$y^2 = a^2 + a^2 - 2(a)(a)\cos 108°$
$y = \sqrt{2a^2 - 2a^2\cos 108°}$
$= \sqrt{a^2(2 - 2\cos 108°)}$
$\approx 1{,}62a$

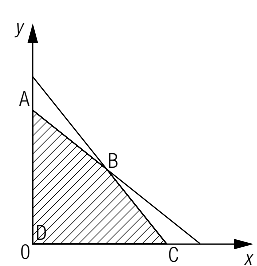
Rapport de la mesure d'une diagonale et de la mesure d'un côté : $\frac{y}{a} \approx \frac{1{,}62a}{a} \approx 1{,}62$

Valeur du nombre d'or : $\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1{,}62$

Réponse : Le rapport de la mesure d'une diagonale d'un pentagone régulier et de la mesure d'un côté correspond au nombre d'or.

Page 269

19. S'il y a lieu, les coordonnées du sommet B doivent correspondre au couple-solution recherché, car les coordonnées des sommets A et C correspondent respectivement à l'ordonnée et à l'abscisse à l'origine, et D, à l'origine du plan cartésien.



Résolution par réduction du système d'équations :

ax + by = 1000
bx + ay = 1000

Abscisse du sommet B :

$a(ax + by = 1000) \Rightarrow a^2x + aby = 1000a$

$b(bx + ay = 1000) \Rightarrow b^2x + aby = 1000b$

$$\begin{aligned} a^2x + aby &= 1000a \\ -(b^2x + aby &= 1000b) \\ \hline a^2x - b^2x &= 1000a - 1000b \\ x(a^2 - b^2) &= 1000(a - b) \\ x &= \frac{1000(a-b)}{a^2 - b^2} \end{aligned}$$

Ordonnée du sommet B :

$b(ax + by = 1000) \Rightarrow abx + b^2y = 1000b$

$a(bx + ay = 1000) \Rightarrow abx + a^2y = 1000a$

$$\begin{aligned} abx + b^2y &= 1000b \\ -(abx + a^2y &= 1000a) \\ \hline b^2y - a^2y &= 1000b - 1000a \\ y(b^2 - a^2) &= 1000(b - a) \\ y &= \frac{1000(b-a)}{b^2 - a^2} \end{aligned}$$

Réponse : Les coordonnées d'un des sommets du polygone de contraintes sont $\left(\frac{1000(a-b)}{a^2-b^2}, \frac{1000(b-a)}{b^2-a^2}\right)$.

20. Capital initial :

$$\begin{aligned} C_0 &= C_n(1 + i)^{-n} \\ C_0 &= 3581{,}70(1 + 6\ \%)^{-10} \\ &= 3581{,}70(1{,}06)^{-10} \\ &\approx 2000 \end{aligned}$$

Donc, 2000 $.

Taux d'intérêt simple annuel :

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ 3581{,}70 &= 2000(1 + 10 \times i) \\ \frac{3581{,}70}{2000} &= 1 + 10i \\ 1{,}790\ 85 - 1 &= 10i \\ i &= \frac{0{,}790\ 85}{10} \\ &\approx 0{,}0791 \end{aligned}$$

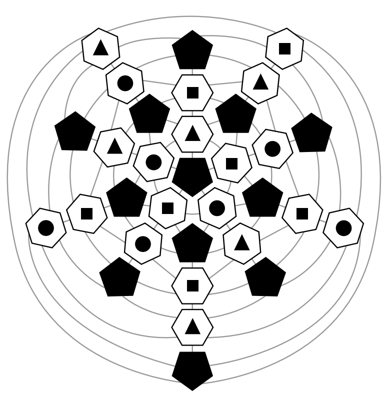
Donc, environ 7,91 %.

Réponse : Le taux d'intérêt simple annuel aurait dû être d'environ 7,91 %.

Page 270

21.

Ballon de soccer



Réponse : Le nombre chromatique de ce graphe est 4.

22. Moment où le salaire de Romane sera de 72 141 $:

$$\begin{aligned} V_n &= V_0(1 + i)^n \\ 72\ 141 &= 55\ 000(1 + 2{,}75\ \%)^n \\ 1{,}31 &\approx 1{,}0275^n \\ n &\approx \log_{1{,}0275} 1{,}31 \\ &\approx \frac{\log 1{,}31}{\log 1{,}0275} \\ &\approx 10 \end{aligned}$$

Donc, 10 ans.

Placement 1

Montant investi :

$55\ 000 \times 0{,}08 = 4400$ $

Capital accumulé :

$n = 10$ ans

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + i)^n \\ C_{10} &= 4400(1 + 3{,}5\ \%)^{10} \\ &= 4400(1{,}035)^{10} \\ &\approx 6206{,}63 \end{aligned}$$

Donc, 6206,63 $.

Placement 2

Salaire après 1 an :

$55\ 000 \times 1{,}0275 = 56\ 512{,}50$ $

Montant investi : $56\ 512{,}5 \times 0{,}08 = 4521$ $

Capital accumulé :

$n = 9 \times 12 = 108$ mois

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + n \times i) \\ C_{108} &= 4521(1 + 108 \times 0{,}4\ \%) \\ &= 4521(1{,}432) \\ &\approx 6474{,}07 \end{aligned}$$

Donc, 6474,07 $.

Placement 3

Salaire après 2 ans :

$55\ 000(1{,}0275)^2 \approx 58\ 066{,}59$

Donc, 58 066,59 $.

Montant investi :

$58\ 066{,}59 \times 0{,}08 \approx 4645{,}33$

Donc, 4645,33 $.

Capital accumulé :

$n = 8 \times 4 = 32$ trimestres

$$\begin{aligned} C_n &= C_0(1 + i)^n \\ C_{32} &= 4645{,}33(1 + 1{,}1\ \%)^{32} \\ &= 4645{,}33(1{,}011)^{32} \\ &\approx 6592{,}55 \end{aligned}$$

Donc, 6592,55 $.

Capital accumulé au moment où le salaire annuel est de 72 141 $:

$6206{,}63 + 6474{,}07 + 6592{,}55 = 19\ 273{,}25$ $

Comparaison :

$72\ 141 \times \frac{1}{3} = 24\ 047$ $

$19\ 273{,}25 < 24\ 047$

Réponse : Romane a tort. Le capital accumulé des trois placements sera de 19 273,25 $, ce qui sera inférieur au tiers de son salaire de 72 141 $, soit inférieur à 24 047 $.

Page 271

23. Volume du grand cône circulaire droit :

$r = 10 \div 2 = 5$ cm

$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

$= \frac{\pi \times 5^2 \times 12}{3}$

$= 100\pi$ cm^3

Le volume du petit cône circulaire droit et du cône circulaire droit tronqué est donc de $100\pi \div 2 = 50\pi$ cm^3.

Hauteur du petit cône circulaire droit :
Les triangles ABE et ACD sont semblables par le cas de similitude des triangles AA. Puisque des triangles semblables ont des côtés homologues de mesures proportionnelles, on peut affirmer que :

$\frac{h}{12} = \frac{r}{5}$

$h = \frac{12r}{5}$

$= 2{,}4r$

On peut calculer la valeur de la variable r à l'aide de l'équation suivante.

$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

$50\pi = \frac{\pi \times r^2 \times 2{,}4r}{3}$

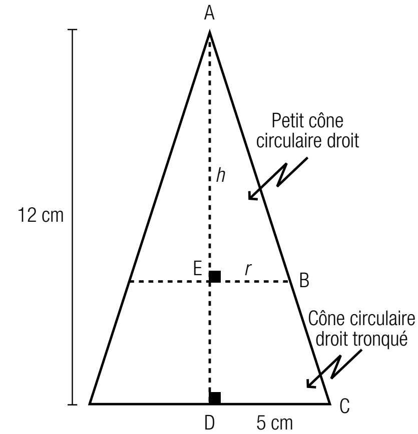
$r \approx 3{,}97$ cm

$h \approx 2{,}4 \times 3{,}97$

$\approx 9{,}52$ cm

Hauteur du cône circulaire droit tronqué :
m $\overline{DE} \approx 12 - 9{,}52 \approx 2{,}48$ cm

Représentation d'une coupe transversale du grand cône circulaire droit



Réponse : La hauteur du petit cône circulaire droit est d'environ 9,52 cm et celle du cône circulaire droit tronqué est d'environ 2,48 cm.

Page 272

24. Variables

x : nombre de petites conserves

y : nombre de grosses conserves

Objectif

Maximiser le profit P (en $)

Règle de la fonction à maximiser

$P = 0{,}45x + 0{,}4y$

Contraintes

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x + y \leq 341$

$x \leq 1{,}728y$

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A : A(0, 341)

Coordonnées du sommet B :

$(1{,}728y) + y = 341$

$y = 125$

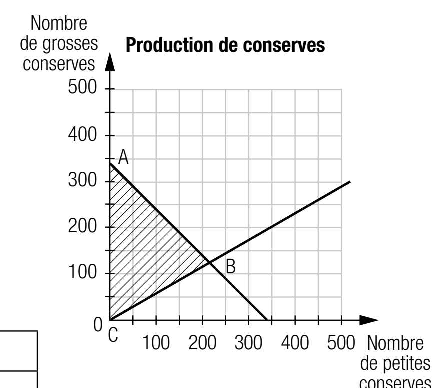
$x + 125 = 341$

$x = 216$

B(216, 125)

Solution optimale

Sommet	$P = 0{,}45x + 0{,}4y$
A(0, 341)	$P = 0{,}45 \times 0 + 0{,}4 \times 341$ $= 136{,}40$ $
B(216, 125)	$P = 0{,}45 \times 216 + 0{,}4 \times 125$ $= 147{,}20$ $



Les coordonnées du sommet B génèrent le profit maximum, soit 147,20 $. La compagnie doit donc produire 216 petites conserves et 125 grosses conserves.

Des boîtes cubiques minimiseraient la quantité de carton nécessaire pour emballer la production horaire. Pour les petites conserves, il faut les disposer en six rangées de six conserves sur six conserves, pour un total de 216 petites conserves.

Pour les grosses conserves, il faut les disposer en cinq rangées de cinq conserves sur cinq conserves, pour un total de 125 grosses conserves.

Dimensions de chaque boîte :

Petites conserves : $6 \times 10 = 60$ cm de côté

Grosses conserves : $5 \times 15 = 75$ cm de côté

Surface de carton nécessaire pour chaque boîte :

Petites conserves : $A = 6c^2 = 6 \times 60^2 = 21\ 600$ cm^2

Grosses conserves : $A = 6c^2 = 6 \times 75^2 = 33\ 750$ cm^2

Réponse : La mesure de la surface de carton nécessaire pour emballer la production horaire qui génère un profit maximal est de $21\ 600 + 33\ 750 = 55\ 350$ cm^2.

Page 273

25. a) Les chances pour sont de 1 : 1.

b) Les chances contre sont de 3 : 7.

26. Capital initial :

$C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$

$C_0 = 265\ 555{,}70(1 + 8\ \%)^{-20}$

$= 265\ 555{,}70(1{,}08)^{-20}$

$\approx 56\ 974{,}50$

Donc, 56 974,50 $.

Aire du terrain : $56\ 974{,}50 \div 25 = 2278{,}98\ \text{m}^2$

Valeur de x à l'aide de la formule trigonométrique :

$A = \dfrac{ac \sin B}{2}$

$2278{,}98 = \dfrac{1{,}5x(x) \sin 50°}{2}$

$4557{,}96 = (1{,}5x) \sin 50°$

$x^2 \approx 3966{,}66$

$x \approx 62{,}98$ m

Mesure du côté BC : $1{,}5 \times 62{,}98 \approx 94{,}47$ m

Mesure du côté AC :

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

$\text{m}\ \overline{AC} = \sqrt{94{,}47^2 + 62{,}98^2 - 2(94{,}47)(62{,}98) \cos 50°}$

$\approx \sqrt{5242{,}49}$

$\approx 72{,}41$ m

Réponse : La mesure de chacun des côtés du terrain est d'environ 62,98 m, 94,47 m et 72,41 m.

Page 274

27. Variables

x : nombre de contrats de courte durée

y : nombre de contrats de longue durée

Objectif

Maximiser les revenus R (en $)

Règle de la fonction à optimiser

$R = 125x + 225y$

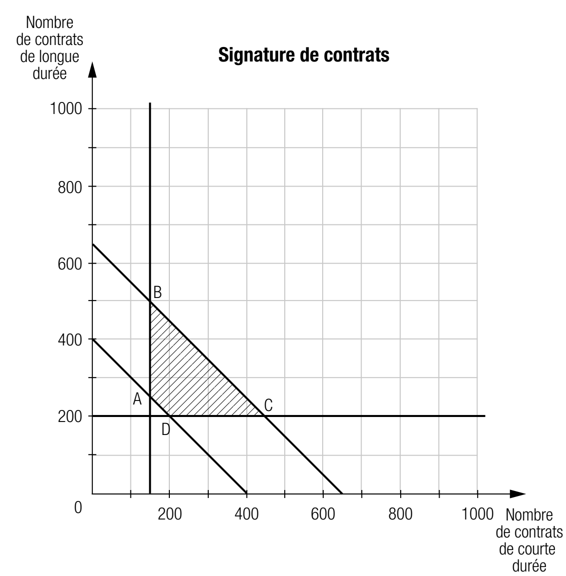
Contraintes

$x + y \geq 400$

$x + y \leq 650$

$x \geq 150$

$y \geq 200$



Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A :

$150 + y = 400$

$y = 250$

A(150, 250)

Coordonnées du sommet B :

$150 + y = 650$

$y = 500$

B(150, 500)

Coordonnées du sommet C :

$x + 200 = 650$

$x = 450$

C(450, 200)

Coordonnées du sommet D :

$x + 200 = 400$

$x = 200$

D(200, 200)

Solution optimale

Sommet	$R = 125x + 225y$
A(150, 250)	$R = 125 \times 150 + 225 \times 250$ $= 75\ 000$ $
B(150, 500)	$R = 125 \times 150 + 225 \times 500$ $= 131\ 250$ $
C(450, 200)	$R = 125 \times 450 + 225 \times 200$ $= 101\ 250$ $
D(200, 200)	$R = 125 \times 200 + 225 \times 200$ $= 70\ 000$ $

Les coordonnées du sommet B optimisent la situation avec un revenu maximal annuel de 131 250 $.

Capital accumulé :

$C_n = C_0(1 + i)^n$

$C_{10} = 131\ 250(1 + 3\ \%)^{10}$

$= 131\ 250(1{,}03)^{10}$

$\approx 176\ 389{,}02$

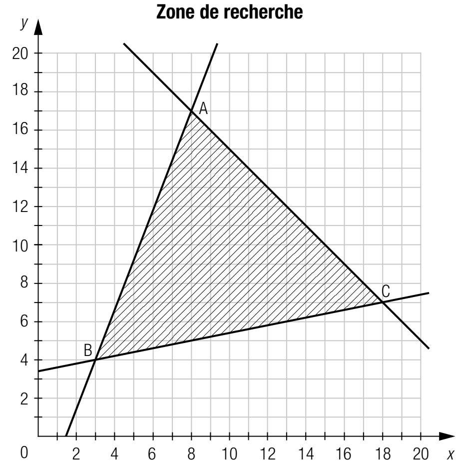
Donc, 176 389,02 $.

Réponse : Le capital accumulé sera de 176 389,02 $.

Page 275

28. a)

Zone de recherche



b) Coordonnées du sommet A :

$25 - x = 2{,}6x - 3{,}8$
$28{,}8 = 3{,}6x$
$x = 8$

$y = 25 - 8$
$= 17$
A(8, 17)

Coordonnées du sommet B :

$0{,}2x + 3{,}4 = 2{,}6x - 3{,}8$
$7{,}2 = 2{,}4x$
$x = 3$

$y = 0{,}2 \times 3 + 3{,}4$
$= 4$
B(3, 4)

Coordonnées du sommet C :

$25 - x = 0{,}2x + 3{,}4$
$21{,}6 = 1{,}2x$
$x = 18$

$y = 25 - 18$
$= 7$
C(18, 7)

Distance de A à B :

$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
$d(A, B) = \sqrt{(3 - 8)^2 + (4 - 17)^2}$
$\approx 13{,}93$ km

Distance de B à C :

$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
$d(B, C) = \sqrt{(18 - 3)^2 + (7 - 4)^2}$
$\approx 15{,}3$ km

Distance de A à C :

$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
$d(A, C) = \sqrt{(18 - 8)^2 + (7 - 17)^2}$
$\approx 14{,}14$ km

Aire de la zone de recherche :
Soit p, le demi-périmètre.

$p \approx \frac{13{,}93 + 15{,}3 + 14{,}14}{2}$
$\approx 21{,}68$ km

$A = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$
$\approx \sqrt{21{,}68(21{,}68 - 13{,}93)(21{,}68 - 15{,}3)(21{,}68 - 14{,}14)}$
$= 90 \text{ km}^2$

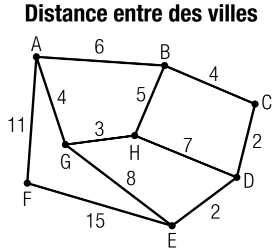
Temps nécessaire : $90 \text{ km}^2 \div 15 \text{ km}^2/\text{h} = 6$ h

Réponse : L'hélicoptère mettra 6 h pour survoler toute la zone de recherche.

Page 276

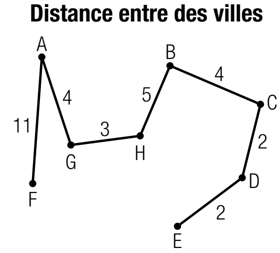
29. Graphe associé à cette situation :

Distance entre des villes



Arbre de valeurs minimales associé à cette situation :

Distance entre des villes



Longueur minimale de canalisation : 11 + 4 + 3 + 5 + 4 + 2 + 2 = 31 km

Réponse : La longueur minimale de canalisation nécessaire est de 31 km.

30. Probabilité de perdre : 1 − (20 % + 10 % + 2 % + 0,2 %) = 67,8 %

Espérance de gain :

$E_g = 20\,\% \times (20 - 20) + 10\,\% \times (50 - 20) + 2\,\% \times (100 - 20) + 0{,}2\,\% \times (1000 - 20) + 67{,}8\,\% \times {}^{-}20$
$= {}^{-}7$ \$

L'espérance de gain pour le jeu est de ⁻7 $. Donc, si on achète un très grand nombre de billets, on peut espérer perdre en moyenne 7 $ par billet. Alors, si 1000 personnes ont acheté un billet, l'organisme peut espérer recueillir une somme de 7 × 1000 = 7000 $.

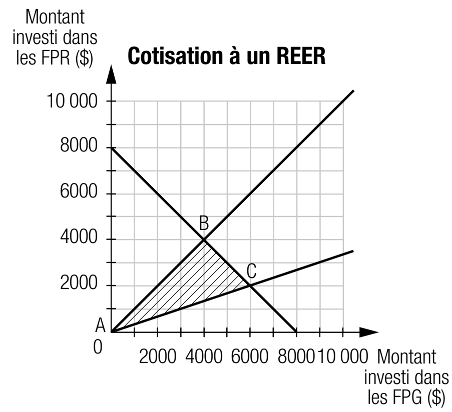
Capital accumulé après 5 ans :
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_5 = 7000(1 + 5\ \%)^5$
$= 7000(1,05)^5$
$\approx 8933,97$
Donc, 8933,97 \$.

Réponse : Le capital qui pourrait être accumulé au bout de 5 ans est de 8933,97 \$.

Page 277

31. Variables
x : montant investi dans les FPG (en \$)
y : montant investi dans les FPR (en \$)

Contraintes
$x \geq 0$ $x + y \leq 8000$
$y \geq 0$ $y \leq x$
$3y \geq x$



Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet A : A(0, 0)

Coordonnées du sommet B :
$x + x = 8000$
$2x = 8000$
$x = 4000$

$4000 + y = 8000$
$y = 4000$
B(4000, 4000)

Coordonnées du sommet C :
$3y + y = 8000$
$4y = 8000$
$y = 2000$

$x + 2000 = 8000$
$x = 6000$
C(6000, 2000)

Calcul des rendements de chaque placement pour les montants à investir

Sommet	FPG	FPR	Somme totale à échéance
B(4000, 4000)	$C_n = C_0(1 + i)^n$ $C_{10} = 4000(1 + 4\ \%)^{10}$ $= 4000(1,04)^{10}$ $\approx 5920,98$ Donc, 5920,98 \$.	$C_n = C_0(1 + i)^n$ $C_5 = 4000(1 + 9\ \%)^5$ $= 4000(1,09)^5$ $\approx 6154,50$ Donc, 6154,50 \$.	5920,98 + 6154,50 = 12 075,48 \$
C(6000, 2000)	$C_n = C_0(1 + i)^n$ $C_{10} = 6000(1 + 4\ \%)^{10}$ $= 6000(1,04)^{10}$ $\approx 8881,47$ Donc, 8881,47 \$.	$C_n = C_0(1 + i)^n$ $C_5 = 2000(1 + 9\ \%)^5$ $= 2000(1,09)^5$ $\approx 3077,25$ Donc, 3077,25 \$.	8881,47 + 3077,25 = 11 958,72 \$

Réponse : Il doit investir 4000 \$ dans chaque fonds.

Page 278

32. Équation de la droite qui supporte le segment AB : $y = -x + 25$
Équation de la droite qui supporte le segment BC : $y = 0,2x + 1$
Équation de la droite qui supporte le segment AC : $y = 5x - 23$

Coordonnées du sommet A :
$-x + 25 = 5x - 23$
$6x = 48$
$x = 8$

$y = -8 + 25$
$= 17$
A(8, 17)

Coordonnées du sommet B :
$-x + 25 = 0,2x + 1$
$-1,2x = -24$
$x = 20$

$y = -20 + 25$
$= 5$
B(20, 5)

Coordonnées du sommet C :
$0,2x + 1 = 5x - 23$
$4,8x = 24$
$x = 5$

$y = 5 \times 5 - 23$
$= 2$
C(5, 2)

Mesure des côtés du terrain :

$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d(A, B) = \sqrt{(20 - 8)^2 + (5 - 17)^2}$

$\approx 16,97$ m

$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d(B, C) = \sqrt{(5 - 20)^2 + (2 - 5)^2}$

$\approx 15,3$ m

$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d(A, C) = \sqrt{(5 - 8)^2 + (2 - 17)^2}$

$\approx 15,3$ m

Le terrain a la forme d'un triangle isocèle.

Mesure de l'angle C :

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

$16,97^2 \approx 15,3^2 + 15,3^2 - 2(15,3)(15,3) \cos C$

$\cos C = \frac{180}{468}$

$m \angle C = \cos^{-1}\left(\frac{180}{468}\right)$

$\approx 67,38°$

On déduit que les angles A et B mesurent environ $(180° - 67,38°) \div 2 \approx 56,31°$ chacun.

$50° \leqslant 56,31° \leqslant 75°$

Réponse : Le plan cadastral respecte cette réglementation d'urbanisme.

Page 279

33. Aire de la boule :

$A = 4\pi r^2$

$= 4 \times \pi \times 20^2$

$= 1600\pi$ cm²

Volume de la boule :

$V = \frac{4\pi r^3}{3}$

$= \frac{4 \times \pi \times 20^3}{3}$

$= \frac{32\,000\pi}{3}$ cm³

Arête du cube :

$A = 6c^2$

$1600\pi = 6c^2$

$c \approx 28,94$ cm

Volume du cube :

$V = c^3$

$\approx 28,94^3$

$\approx 24\,248,11$ cm³

Si l'on modifie les dimensions du cube, on a :

$V = c^3$

$\frac{32\,000\pi}{3} = c^3$

$c \approx 32,24$ cm

Aire totale du nouveau cube :

$A = 6c^2$

$\approx 6 \times 32,24^2$

$\approx 6236,44$ cm²

Variation de l'aire totale du cube :

$6236,44 - 1600\pi \approx 1209,9$ cm²

Si l'on modifie le rayon de la boule, on a :

$V = \frac{4\pi r^3}{3}$

$24\,248,11 \approx \frac{4 \times \pi \times r^3}{3}$

$r \approx 17,96$ cm

Aire de la nouvelle boule :

$A = 4\pi r^2$

$\approx 4 \times \pi \times 17,96^2$

$\approx 4051,38$ cm²

Variation de l'aire de la boule :

$1600\pi - 4051,38 \approx 975,17$ cm²

Réponse : Pier-Alexis a raison. En modifiant les dimensions du cube, la variation de son aire totale serait d'environ 1209,9 cm² alors qu'en modifiant le rayon de la boule, la variation de son aire serait d'environ 975,17 cm².

Page 280

34. *Plusieurs solutions possibles. Exemple :*

Déterminer un chemin minimal permettant de passer sur toutes les routes dans chaque sens le moins souvent possible.

Trajet à suivre :

Garage-A-B-C-D-E-B-E-D-C-B-A-F-G-H(0,8)-G(1)-F-I-H-G(0,8)-H(1)-I-E-I-F-A-Garage

Nombre de kilomètres parcourus : $1 + 3 + 0,5 + 1 + 0,5 + 1 + 1 + 0,5 + 1 + 0,5 + 3 + 0,5 + 0,2 + 0,8 + 1 + 0,2 + 1 + 0,2 + 0,8 + 1 + 0,2 + 4 + 4 + 1 + 0,5 + 1 = 29,4$ km

Coût de l'opération de déneigement : $29,4 \times 50 = 1470$ $

Montant à rembourser :

$C_n = C_0(1 + i)^n$

$C_2 = 1470(1 + 5\ \%)^2$

$= 1470(1,05)^2$

$\approx 1620,68$

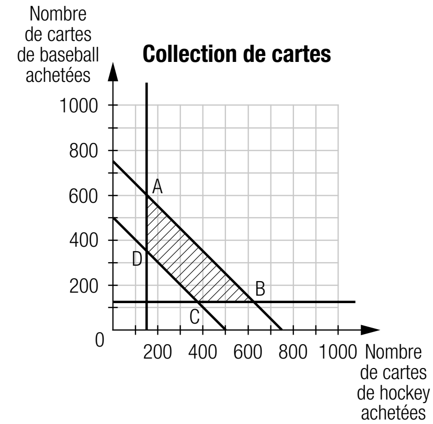
Donc, 1620,68 $.

Réponse : Le coût minimal à rembourser est de 1620,68 $.

Page 281

35. Variables

x : nombre de cartes de hockey achetées
y : nombre de cartes de baseball achetées



Contraintes

$x + y \geq 500$ $\quad x + y \leq 750$
$x \geq 150$ $\quad y \geq 125$

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Sommet A :
$150 + y = 750$
$y = 600$
A(150, 600)

Sommet B :
$x + 125 = 750$
$x = 625$
B(625, 125)

Sommet C :
$x + 125 = 500$
$x = 375$
C(375, 125)

Sommet D :
$150 + y = 500$
$y = 350$
D(150, 350)

Solution optimale

Sommet	**Coût C des cartes à l'achat $C = 2x + 1{,}75y$**	**Valeur des cartes à la revente $V_n = V_0(1 + i)^n$**	**Bénéfice**
A(150, 600)	$C = 2 \times 150 + 1{,}75 \times 600$ $= 300 + 1050$ $= 1350$ \$	$V_{10} = 300(1{,}025)^{10} \approx 384{,}03$ Donc, 384,03 \$. $V_{15} = 1050(1{,}018)^{15} \approx 1372{,}16$ Donc, 1372,16 \$.	$384{,}03 + 1372{,}16 - 1350$ $= 406{,}19$ \$
B(625, 125)	$C = 2 \times 625 + 1{,}75 \times 125$ $= 1250 + 218{,}75$ $= 1468{,}75$ \$	$V_{10} = 1250(1{,}025)^{10} \approx 1600{,}11$ Donc, 1600,11 \$. $V_{15} = 218{,}75(1{,}018)^{15} \approx 285{,}87$ Donc, 285,87 \$.	$1600{,}11 + 285{,}87 - 1468{,}75$ $= 417{,}23$ \$
C(375, 125)	$C = 2 \times 375 + 1{,}75 \times 125$ $= 750 + 218{,}75$ $= 968{,}75$ \$	$V_{10} = 750(1{,}025)^{10} \approx 960{,}06$ Donc, 960,06 \$. $V_{15} = 218{,}75(1{,}018)^{15} \approx 285{,}87$ Donc, 285,87 \$.	$960{,}06 + 285{,}87 - 968{,}75$ $= 277{,}18$ \$
D(150, 350)	$C = 2 \times 150 + 1{,}75 \times 350$ $= 300 + 612{,}50$ $= 912{,}50$ \$	$V_{10} = 300(1{,}025)^{10} \approx 384{,}03$ Donc, 384,03 \$. $V_{15} = 612{,}5(1{,}018)^{15} \approx 800{,}43$ Donc, 800,43 \$.	$384{,}03 + 800{,}43 - 912{,}50$ $= 271{,}96$ \$

Sommet qui maximise le bénéfice : B(625, 125)

Donc, $625 + 125 = 750$ cartes achetées.

Probabilité

$$P(\text{joueur retraité} \mid \text{baseball}) = \frac{P(\text{baseball} \cap \text{joueur retraité})}{P(\text{baseball})} = \frac{\frac{40}{750}}{\frac{125}{750}} = \frac{40}{125} = 32\ \%$$

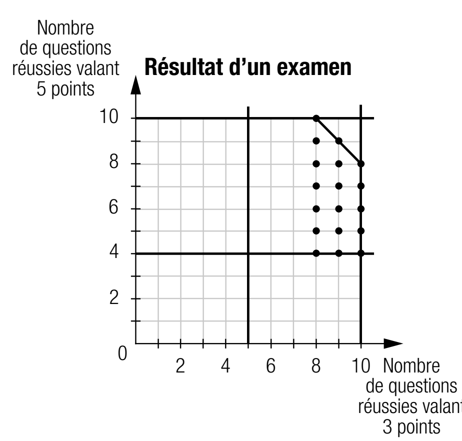
$32\ \% > 30\ \%$

Réponse : La probabilité est supérieure à 30 %, elle est de 32 %.

Page 282

36. Variables

x : nombre de questions réussies valant 3 points
y : nombre de questions réussies valant 5 points



Objectif

Obtenir un résultat R supérieur ou égal à 64 sur 80.

Règle de la fonction à optimiser

$R = 3x + 5y$

Contraintes

$x + y \leq 18$ $\quad x \leq 10$
$x \geq 5$ $\quad y \leq 10$
$y \geq 4$

Le polygone de contraintes comporte 39 points dont les coordonnées sont entières. Un point dans le graphique marque chacun des 18 couples représentant une bonne réponse à au moins 8 questions valant 3 points.

À l'aide de la fonction à optimiser $R = 3x + 5y$, on détermine les coordonnées des points permettant d'obtenir 64 points et plus.

Parmi les points marqués, les sept couples suivants donnent un résultat égal ou supérieur à 80 %, soit 64 sur 80 : (8, 10), (8, 9), (9, 9), (8, 8), (9, 8), (10, 8), (10, 7).

Soit les événements suivants :
A : Réussir au moins 8 questions à 3 points. B : Obtenir la note de passage.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{39}}{\frac{18}{39}} = \frac{7}{18}$$

Réponse : La probabilité est de $\frac{7}{18}$.

Page 283

37. Taux pour l'or :
$n = 2016 - 1986 = 30$ ans
$V_n = V_0(1 + i)^n$
$1650 = 400(1 + i)^{30}$
$4{,}125 = (1 + i)^{30}$
$4{,}125^{\frac{1}{30}} = 1 + i$
$i \approx 0{,}0484$
Donc, environ 4,84 %.

Taux pour l'argent :
$n = 2016 - 1986 = 30$ ans
$V_n = V_0(1 + i)^n$
$18 = 4{,}82(1 + i)^{30}$
$\frac{18}{4{,}82} = (1 + i)^{30}$
$\left(\frac{18}{4{,}82}\right)^{\frac{1}{30}} = 1 + i$
$i \approx 0{,}0449$
Donc, 4,49 %.

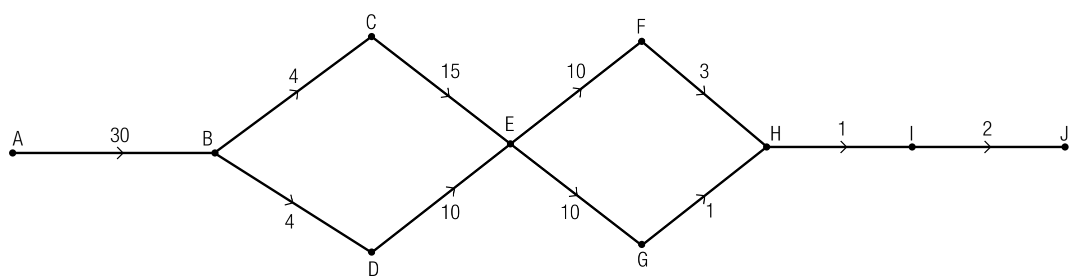
Taux pour le platine :
$n = 2016 - 1986 = 30$ ans
$V_n = V_0(1 + i)^n$
$1300 = 500(1 + i)^{30}$
$2{,}6 = (1 + i)^{30}$
$2{,}6^{\frac{1}{30}} = 1 + i$
$i \approx 0{,}0324$
Donc, environ 3,24 %.

Réponse : L'or est le métal ayant subi le plus fort taux de croissance moyen, soit environ 4,84 %.

Page 284

38. Graphe représentant la situation :

Préparation du bal des finissants



Chemin critique reliant le sommet A au sommet J : A-B-C-E-F-H-I-J
Valeur : 30 + 4 + 15 + 10 + 3 + 1 + 2 = 65 jours

Réponse : Selon ce chemin, le temps de préparation minimal pour l'événement est de 65 jours, ce qui est supérieur à 60 jours.

Page 285

39. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Vote par élimination :
Majorité des votes : (85 + 75 + 50 + 35 + 25 + 25) × 50 % = 147,5 votes
Donc, 148 votes.
Il faut éliminer B et transférer les votes à D. Le nombre de votes de D est maintenant de 50 + 25 + 35 = 110. Il y a alors égalité entre A et D. Il faut ensuite éliminer C et transférer les votes à D. Le nombre de votes de D est maintenant de 110 + 75 = 185.

Le candidat D obtient la majorité et remporte l'élection.

Règle de la pluralité : A a le plus grand nombre de votes de 1er choix.
Le candidat A remporte l'élection.

Principe de Condorcet :

A vs B { 110 députés préfèrent A à B. / 185 députés préfèrent B à A. } B l'emporte sur A.

A vs C { 135 députés préfèrent A à C. / 160 députés préfèrent C à A. } C l'emporte sur A.

A vs D { 110 députés préfèrent A à D. / 185 députés préfèrent D à A. } D l'emporte sur A.

B vs C { 220 députés préfèrent B à C. / 75 députés préfèrent C à B. } B l'emporte sur C.

B vs D $\left\{\begin{array}{l}\text{145 députés préfèrent B à D.}\\ \text{150 députés préfèrent D à B.}\end{array}\right\}$ D l'emporte sur B.

C vs D $\left\{\begin{array}{l}\text{160 députés préfèrent C à D.}\\ \text{135 députés préfèrent D à C.}\end{array}\right\}$ C l'emporte sur D.

Le candidat A est éliminé. Ensuite, B bat C, D bat B et C bat D. Aucun candidat n'est élu.

Méthode de Borda :

A : $85 \times 4 + 75 \times 1 + 50 \times 1 + 35 \times 1 + 25 \times 4 + 25 \times 2 = 650$ points
B : $85 \times 3 + 75 \times 2 + 50 \times 3 + 35 \times 4 + 25 \times 3 + 25 \times 3 = 845$ points
C : $85 \times 2 + 75 \times 4 + 50 \times 2 + 35 \times 2 + 25 \times 1 + 25 \times 1 = 690$ points
D : $85 \times 1 + 75 \times 3 + 50 \times 4 + 35 \times 3 + 25 \times 2 + 25 \times 4 = 765$ points
Le candidat B est élu.

Conclusions :

C n'ayant jamais gagné, il n'est pas retenu. A a terminé dernier selon la méthode de Borda et s'est fait battre selon le principe de Condorcet. Il est donc éliminé. B a été éliminé au 1er tour selon le vote par élimination et D a battu B selon le principe de Condorcet.

Réponse : En fonction des résultats, je recommanderais le candidat D.

Page 286

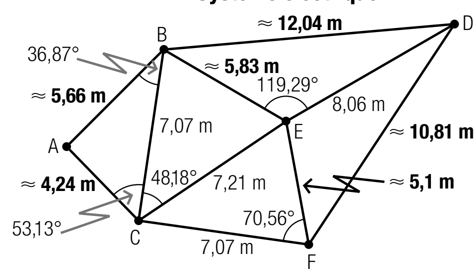
40. Mesure du segment BE :

$$(m\,\overline{BE})^2 = (m\,\overline{CE})^2 + (m\,\overline{BC})^2 - 2(m\,\overline{CE})(m\,\overline{BC})\cos\angle BCE$$
$$m\,\overline{BE} = \sqrt{7{,}21^2 + 7{,}07^2 - 2(7{,}21)(7{,}07)\cos 48{,}18°}$$
$$\approx \sqrt{33{,}99}$$
$$\approx 5{,}83 \text{ m}$$

Mesure du segment BD :

$$(m\,\overline{BD})^2 = (m\,\overline{BE})^2 + (m\,\overline{DE})^2 - 2(m\,\overline{BE})(m\,\overline{DE})\cos\angle BED$$
$$m\,\overline{BD} \approx \sqrt{5{,}83^2 + 8{,}06^2 - 2(5{,}83)(8{,}06)\cos 119{,}29°}$$
$$\approx \sqrt{144{,}93}$$
$$\approx 12{,}04 \text{ m}$$

Système électrique



Mesure de l'angle DEF :

$m\,\angle DEF \approx 360° - (67{,}62° + 119{,}29° + 64{,}65°) \approx 108{,}44°$

Mesure du segment DF :

$$(m\,\overline{DF})^2 = (m\,\overline{EF})^2 + (m\,\overline{DE})^2 - 2(m\,\overline{EF})(m\,\overline{DE})\cos\angle DEF$$
$$m\,\overline{DF} = \sqrt{5{,}1^2 + 8{,}06^2 - 2(5{,}1)(8{,}06)\cos 108{,}44°}$$
$$\approx \sqrt{116{,}95}$$
$$\approx 10{,}81 \text{ m}$$

Mesure de l'angle A : $180° - (36{,}87° + 53{,}13°) = 90°$

Mesure du segment AB :

$$\sin 53{,}13° = \frac{m\,\overline{AB}}{7{,}07}$$
$$m\,\overline{AB} \approx 5{,}66 \text{ m}$$

Mesure de l'angle CEF :

$$\frac{\sin\angle CFE}{m\,\overline{CE}} = \frac{\sin\angle CEF}{m\,\overline{CF}}$$
$$\frac{\sin 70{,}56°}{7{,}21} = \frac{\sin\angle CEF}{7{,}07}$$
$$m\,\angle CEF \approx 67{,}62°$$

Mesure de l'angle ECF :

$$m\,\angle ECF \approx 180° - (67{,}62° + 70{,}56°)$$
$$\approx 41{,}82°$$

Mesure de l'angle CEB :

$$\frac{\sin\angle BCE}{m\,\overline{BE}} = \frac{\sin\angle CEB}{m\,\overline{BC}}$$
$$\frac{\sin 48{,}18°}{5{,}83} \approx \frac{\sin\angle CEB}{7{,}07}$$
$$m\,\angle CEB \approx 64{,}65°$$

Mesure du segment EF :

$$\frac{\sin\angle CFE}{m\,\overline{CE}} = \frac{\sin\angle ECF}{m\,\overline{EF}}$$
$$\frac{\sin 70{,}56°}{7{,}21} \approx \frac{\sin 41{,}82°}{m\,\overline{EF}}$$
$$m\,\overline{EF} \approx 5{,}1 \text{ m}$$

Mesure du segment AC :

$$\cos 53{,}13° = \frac{m\,\overline{AC}}{7{,}07}$$
$$m\,\overline{AC} \approx 4{,}24 \text{ m}$$

La distance minimale correspond à la chaîne hamiltonienne minimale C-A-B-E-F-D :
C-A-B-E-F-D $\approx 4{,}24 + 5{,}66 + 5{,}83 + 5{,}1 + 10{,}81 \approx 31{,}64$ m

Réponse : La longueur minimale de fil est d'environ 31,64 m.

Page 287

41. 1er dépôt :

$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_1 = 3000(1 + 4\ \%)^1$
$= 3000(1{,}04)^1$
$= 3120$

Donc, 3120 \$ à la fin de la 1re année.

2e dépôt : $3120 + 3000 = 6120$ \$

$n = 12$ mois

$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_{12} = 6120(1 + 0{,}5\ \%)^{12}$
$= 6120(1{,}005)^{12}$
$\approx 6497{,}47$

Donc, 6497,47 \$ à la fin de la 2e année.

3^e dépôt : 6497,47 + 3000
= 9497,47 $
$n = 2$ semestres
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_2 = 9497{,}47(1 + 2{,}5\ \%)^2$
$= 9497{,}47(1{,}025)^2$
$\approx 9978{,}28$
Donc, 9978,28 $ à la fin de la 3^e année.

4^e dépôt : 9978,28 + 3000
= 12 978,28 $
$n = 52$ semaines
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_{52} = 12\,978{,}28(1 + 0{,}1\ \%)^{52}$
$= 12\,978{,}28(1{,}001)^{52}$
$\approx 13\,670{,}65$
Donc, 13 670,65 $ à la fin de la 4^e année.

5^e dépôt : 13 670,65 + 3000
= 16 670,65 $
$n = 4$ trimestres
$C_n = C_0(1 + i)^n$
$C_4 = 16\,670{,}65(1 + 1{,}2\ \%)^4$
$= 16\,670{,}65(1{,}012)^4$
$\approx 17\,485{,}36$
Donc, 17 485,36 $ à la fin de la 5^e année.

Réponse : Non, c'est faux. Après ces 5 années de cotisation, le capital accumulé dans le REER de Mathis est de 17 485,36 $.

Page 288

42. Probabilité de perdre :

$$P(\text{perdre}) = 1 - \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{200} + \frac{1}{5000}\right) = \frac{5000}{5000} - \left(\frac{100}{5000} + \frac{25}{5000} + \frac{1}{5000}\right) = \frac{4874}{5000}$$

Espérance de gain de la proposition A :

$$E_g = \frac{1}{50} \times (2000 - 100) + \frac{1}{200} \times (6000 - 100) + \frac{1}{5000} \times (80\,000 - 100) + \frac{4874}{5000} \times {}^-100$$
$$= 38 + 29{,}50 + 15{,}98 - 97{,}48$$
$$= {}^-14\ \$$$

Espérance de gain de la proposition B :

$$E_g = \frac{1}{50} \times (1500 - 80) + \frac{1}{200} \times (5000 - 80) + \frac{1}{5000} \times (72\,000 - 80) + \frac{4874}{5000} \times {}^-80$$
$$= 28{,}40 + 24{,}60 + 14{,}384 - 77{,}984$$
$$= {}^-10{,}60\ \$$$

Espérance de gain de la proposition C :

$$E_g = \frac{1}{50} \times (1000 - 50) + \frac{1}{200} \times (4000 - 50) + \frac{1}{5000} \times (50\,000 - 50) + \frac{4874}{5000} \times {}^-50$$
$$= 19 + 19{,}75 + 9{,}99 - 48{,}74$$
$$= 0\ \$$$

Réponse : En fonction des résultats, la proposition A est plus avantageuse pour le financement des activités.

RÉVISION

Page 289

1. **d)** **2.** **b)** **3.** **c)** **4.** **b)** **5.** **d)** **6.** **a)** **7.** **d)** **8.** **c)** **9.** **b)**

Page 290

10. **b)** **11.** **a)** **12.** **d)** **13.** **a)** **14.** **c)** **15.** **c)**

Page 291

16. **a)** **17.** **c)** **18.** **c)** **19.** **b)** **20.** **d)** **21.** **b)**

Page 292

22. **b)** **23.** **b)** **24.** **b)** **25.** **d)** **26.** **a)**

Page 293

27. **a)** **28.** **c)** **29.** **a)** **30.** **c)** **31.** **b)**

Page 294

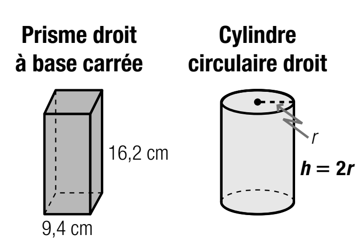
32. **b)** **33.** **a)** **34.** **b)** **35.** **b)** **36.** **b)**

Page 295

37. $V_{\text{prisme}} = A_B \times h$
$= c^2 \times h$
$= 9{,}4^2 \times 16{,}2$
$= 1431{,}432\ \text{cm}^3$

$V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h$
$1431{,}432 = \pi r^2 \times 2r$
$1431{,}432 = 2\pi r^3$
$r^3 = \dfrac{1431{,}432}{2\pi}$
$r = \sqrt[3]{\dfrac{1431{,}432}{2\pi}}$
$\approx 6{,}11\ \text{cm}$

$h = 2r$
$\approx 2 \times 6{,}11$
$\approx 12{,}22\ \text{cm}$



La mesure de la hauteur de ce cylindre est d'environ 12,22 cm.

38. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

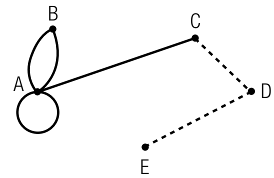
$(\text{m}\ \overline{BC})^2 = 268{,}6^2 + 119{,}9^2 - 2(268{,}6)(119{,}9)\cos 48°$

$\text{m}\ \overline{BC} = \sqrt{268{,}6^2 + 119{,}9^2 - 2(268{,}6)(119{,}9)\cos 48°}$

$\approx \sqrt{43\ 423{,}08}$

$\approx 208{,}38$ cm

39. Voici une représentation possible de ce graphe.



Non, ce graphe n'est pas connexe. Il faut ajouter au moins deux arêtes pour le rendre connexe.

40. $2(5)^x = 36$

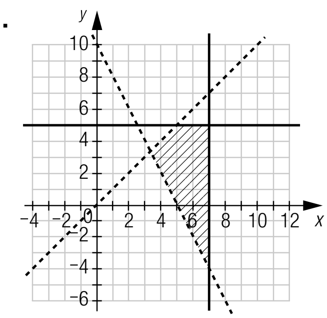
$5^x = 18$

$x = \log_5 18$

$= \frac{\log 18}{\log 5}$

$\approx 1{,}7959$

41.



Page 296

42. Joueur A :

$P(\text{gagner}) = \frac{13}{13 + 30}$

$= \frac{13}{43}$

$\approx 30{,}23$ %

Joueuse B :

$P(\text{gagner}) = \frac{18}{18 + 11}$

$= \frac{18}{29}$

$\approx 62{,}07$ %

Joueuse C :

$P(\text{gagner}) = \frac{9}{9 + 17}$

$= \frac{9}{26}$

$\approx 34{,}62$ %

Joueur D :

$P(\text{gagner}) = \frac{19}{19 + 9}$

$= \frac{19}{28}$

$\approx 67{,}86$ %

Réponse : Joueur D (≈ 67,86 %), joueuse B (≈ 62,07 %), joueuse C (≈ 34,62 %), joueur A (≈ 30,23 %).

43. a) **1)** x : Nombre de flacons de vitamines vendus par mois
y : Nombre de flacons d'analgésiques vendus par mois

2) $x \geq 0$ $\quad x \geq y + 200$
$y \geq 0$ $\quad x + y \leq 900$

b) **1)** x : Nombre d'hommes qui se présentent à la clinique
y : Nombre de femmes qui se présentent à la clinique

2) $x \geq 0$ $\quad x \geq 4y$
$y \geq 0$ $\quad y > 15$
$x + y \leq 180$

44. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

$25{,}2^2 = 20{,}8^2 + 8{,}4^2 - 2(20{,}8)(8{,}4)\cos B$

$\cos B = -\frac{131{,}84}{349{,}44}$

$\text{m} \angle B = \cos^{-1}\left(-\frac{131{,}84}{349{,}44}\right)$

$\approx 112{,}17°$

Réponse : La mesure de l'angle B est d'environ 112,17°.

Page 297

45. Aire du rectangle :

$A = b \times h$

$= 10{,}7 \times 45{,}3$

$= 484{,}71$ cm²

Périmètre du rectangle :

$P = 2(10{,}7 + 45{,}3)$

$= 112$ cm

Périmètre du pentagone régulier :

$P = 112 \times 75$ %

$= 84$ cm

Apothème du pentagone régulier :

$A = \frac{P \times a}{2}$

$484{,}71 = \frac{84 \times a}{2}$

$a \approx 11{,}54$ cm

Réponse : L'apothème du pentagone mesure environ 11,54 cm.

46. Non, le graphe ne contient pas de chaîne hamiltonienne. Une chaîne hamiltonienne est une chaîne simple qui emprunte tous les sommets une seule fois. Dans ce graphe, pour passer par tous les sommets, il faut nécessairement passer deux fois par le sommet C.

47. $n = 4 \times 4 = 16$ trimestres

$$C_n = C_0(1 + n \times i)$$
$$10\,670{,}40 = 7800(1 + 16i)$$
$$\frac{10\,670{,}40}{7800} = 1 + 16i$$
$$1{,}368 - 1 = 16i$$
$$i = \frac{0{,}368}{16}$$
$$= 0{,}023$$

Donc, 2,3 %.

Réponse : Le placement a été effectué à un taux d'intérêt simple trimestriel de 2,3 %.

48. Soit x, le montant à débourser.

L'espérance de gain doit être 0 pour que le jeu soit équitable.

$$E_g = 0$$
$$\frac{20}{52} \times 65 + \frac{12}{52} \times 130 + \frac{20}{52}x = 0$$
$$55 + \frac{5x}{13} = 0$$
$$x = -143\ \$$$

Réponse : Cette personne devrait débourser 143 $ pour que le jeu soit équitable.

Page 298

49. Équation de la droite qui supporte le segment QR :

Pente : $a = \frac{9 - 15}{8 - 0} = -0{,}75$

Ordonnée à l'origine : 15

$y = -0{,}75x + 15$

Équation de la droite qui supporte le segment RS :

Pente : $a = \frac{0 - 9}{14 - 8} = -1{,}5$

Ordonnée à l'origine :

$0 = -1{,}5 \times 14 + b$

$b = 21$

$y = -1{,}5x + 21$

Équation de la droite qui supporte le segment PT :

Pente : $a = \frac{0 - 5}{4 - 0} = -1{,}25$

Ordonnée à l'origine : 5

$y = -1{,}25x + 5$

$x \geq 0$, $y \geq 0$, $y \leq -0{,}75x + 15$, $y \leq -1{,}5x + 21$, $y \geq -1{,}25x + 5$

50. Volume du cube :

$$V_{cube} = c^3$$
$$= 22^3$$
$$= 10\,648\ \text{cm}^3$$

Volume du cône :

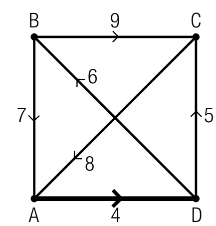
$V_{cône} = 10\,648\ \text{cm}^3$, car le cube et le cône sont équivalents.

Mesure du rayon :

$$V_{cône} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$
$$10\,648 = \frac{\pi r^2 \times 22}{3}$$
$$r^2 = \sqrt{\frac{31\,944}{22\pi}}$$
$$r \approx 21{,}5\ \text{cm}$$

La mesure du rayon de la base du cône est d'environ 21,5 cm.

51. Il faut inverser l'arc A-D. Le graphe devient alors :



Cycle hamiltonien : D-B-C-A-D

Longueur de ce cycle : $6 + 9 + 8 + 4 = 27$ u

Le circuit hamiltonien est D-B-C-A-D et sa longueur est de 27 u.

Page 299

52.

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$
$$217\,003{,}76 = 145\,000(1 + 2{,}4\ \%)^n$$
$$\frac{217\,003{,}76}{145\,000} = 1{,}024^n$$
$$1{,}496\,578 \approx 1{,}024^n$$
$$n \approx \log_{1{,}024} 1{,}496\,578$$
$$\approx \frac{\log 1{,}496\,578}{\log 1{,}024}$$
$$\approx 17$$

Donc, 17 semestres.

Réponse : Anthony aura remboursé son emprunt dans 17 semestres, soit 8,5 années.

53. Mesure de l'angle A :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$7{,}3^2 = 15{,}9^2 + 14{,}1^2 - 2(15{,}9)(14{,}1)\cos A$$
$$53{,}29 = 451{,}62 - 448{,}38\cos A$$
$$^-398{,}33 = {^-448{,}38}\cos A$$
$$\cos A = \frac{398{,}33}{448{,}38}$$
$$m\angle A = \cos^{-1}\left(\frac{398{,}33}{448{,}38}\right) \approx 27{,}33°$$

Mesure de l'angle B :

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$15{,}9^2 = 7{,}3^2 + 14{,}1^2 - 2(7{,}3)(14{,}1)\cos B$$
$$252{,}81 = 252{,}1 - 205{,}86\cos B$$
$$0{,}71 = {^-205{,}86}\cos B$$
$$\cos B = -\frac{0{,}71}{205{,}86}$$
$$m\angle B = \cos^{-1}\left(-\frac{0{,}71}{205{,}86}\right) \approx 90{,}2°$$

Mesure de l'angle C :

$$m\angle C \approx 180° - (27{,}33° + 90{,}2°) \approx 62{,}47°$$

54. $V_0 = V_n(1 - i)^{-n}$

$V_0 = 35(1 - 6{,}3\ \%)^{-18}$

$= 35(0{,}937)^{-18}$

$\approx 112{,}92$

Donc, 112,92 $.

Réponse : Le prix du baril de pétrole était de 112,92 $ en juin 2014.

Page 300

55. a) $x \geq 0$ $\quad x + y \leq 55$ $\quad x \geq 3y$

$y \geq 0$ $\quad x + y \geq 35$

b) $P = 80x + 105y$

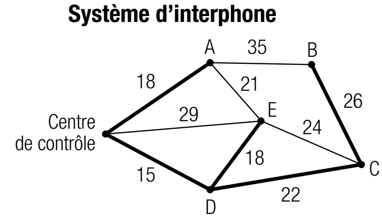
56. Afin que tous les haut-parleurs soient reliés directement ou non au centre de contrôle et que le coût soit le plus bas possible, il faut tracer l'arbre de valeurs minimales du graphe.

Valeur de cet arbre :
$18 + 15 + 18 + 22 + 26 = 99$ m

Coût d'installation du câble :
$1856{,}25 \div 99 = 18{,}75$ \$/m

Réponse : Le coût d'installation de 1 m de câble est de 18,75 $.

Système d'interphone

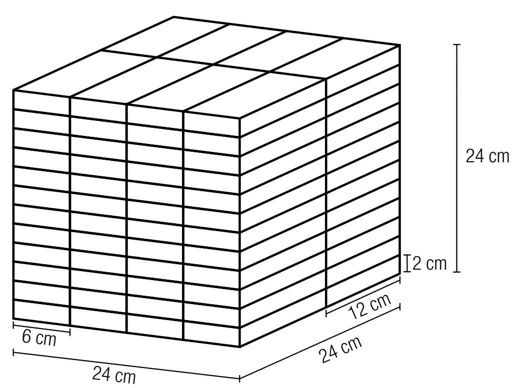


57. a) Le candidat ou la candidate B remportera ces élections.

b) Aucun candidat ou aucune candidate ne remportera ces élections.

Page 301

58. Pour un volume donné, le cube est le prisme rectangulaire ayant la plus petite aire totale. Il faut donc vérifier s'il est possible de placer les barres tendres dans une boîte cubique. C'est possible si on dispose les barres tendres de la façon illustrée. On a alors une boîte cubique dont chaque côté mesure 24 cm.



Aire totale du cube :

$A_T = 6c^2$

$= 6 \times 24^2$

$= 3456$ cm²

Réponse : L'aire totale minimale de cette boîte est de 3456 cm².

59.

$$V_n = V_0(1 + i)^n$$
$$100\,000 = 8000(1 + i)^4$$
$$\frac{100\,000}{8000} = (1 + i)^4$$
$$\left(\frac{25}{2}\right)^{\frac{1}{4}} = 1 + i$$
$$i = \left(\frac{25}{2}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 \approx 0{,}8803$$

Donc, 88,03 %.

Réponse : Le taux d'augmentation annuel moyen du nombre de véhicules électriques sera de 88,03 %.

60. Il est possible de représenter cette situation à l'aide d'un tableau à double entrée.

$P(\text{baseball rouge}) = \frac{12}{66} = \frac{2}{11}$

Collection de chandails

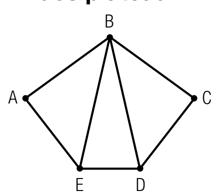
Sport \ Couleur	Rouge	Bleu	**Total**
Soccer	8	28	**36**
Baseball	12	18	**30**
Total	**20**	**46**	**66**

Réponse : La probabilité est de $\frac{2}{11}$.

Page 302

61. Graphe représentant la situation, où chaque sommet correspond à un plateau et chaque arête, à une passerelle :

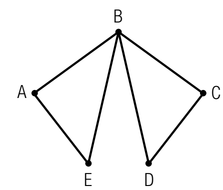
Passerelles reliant des plateaux



Il faut enlever une arête tout en s'assurant que le graphe contient un cycle eulérien puisqu'on utilise une seule fois chaque passerelle. Il faut donc que tous les sommets sotient de degré pair. Pour ce faire, il faut enlever l'arête D-E.

Graphe sans la passerelle fermée :

Passerelles reliant des plateaux



Réponse : La passerelle située entre les plateaux D et E n'est plus accessible.

62. Espérance de gain du jeu A :

$$\begin{aligned} E_g &= \frac{3}{5} \times (2 - 10) + \frac{2}{5} \times (17 - 10) \\ &= \frac{3}{5} \times {}^-8 + \frac{2}{5} \times 7 \\ &= {}^-4{,}8 + 2{,}8 \\ &= {}^-2\ \$ \end{aligned}$$

Mise initiale, x, du jeu B :

$$\begin{aligned} E_g &= \frac{35}{50} \times (5 - x) + \frac{10}{50} \times (10 - x) + \frac{5}{50} \times (20 - x) \\ {}^-2 &= 3{,}5 - 0{,}7x + 2 - 0{,}2x + 2 - 0{,}1x \\ {}^-2 - 7{,}5 &= {}^-x \\ {}^-9{,}5 &= {}^-x \\ x &= 9{,}50\ \$ \end{aligned}$$

Réponse : Pour que l'espérance de gain soit égale pour les deux jeux, la mise doit être de 9,50 $.

Page 303

63. Objectif

Maximiser les profits P (en $)

Règle de la fonction à optimiser

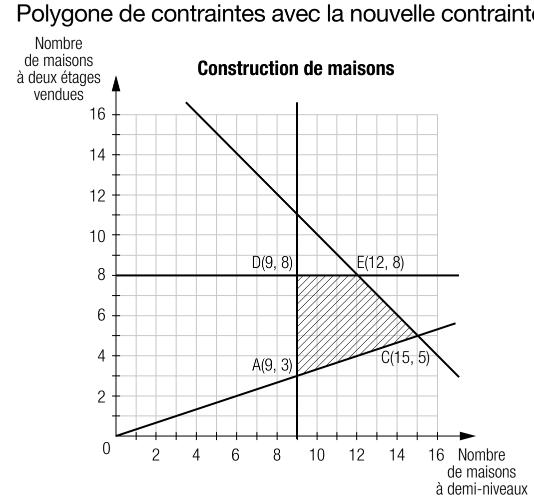
$P = 12\,000x + 15\,000y$

Profit maximal avec la nouvelle contrainte :

Solution optimale

Sommet	$P = 12\,000x + 15\,000y$
A(9, 3)	$P = 12\,000 \times 9 + 15\,000 \times 3$ $= 153\,000\ \$$
D(9, 8)	$P = 12\,000 \times 9 + 15\,000 \times 8$ $= 228\,000\ \$$
E(12, 8)	$P = 12\,000 \times 12 + 15\,000 \times 8$ $= 264\,000\ \$$
C(15, 5)	$P = 12\,000 \times 15 + 15\,000 \times 5$ $= 255\,000\ \$$

Polygone de contraintes avec la nouvelle contrainte :



Les coordonnées du sommet E permettent de maximiser la fonction à optimiser.

Diminution du profit maximal : 273 000 − 264 000 = 9000 $

Réponse : L'entrepreneuse subira une diminution de profit maximal de 9000 $.

64. De tous les solides équivalents, c'est la boule qui a la plus petite aire totale. Le coussin doit donc avoir la forme d'une boule.

Rayon de la boule :

$$V_{\text{boule}} = \frac{4\pi r^3}{3}$$
$$7500 = \frac{4\pi r^3}{3}$$
$$r^3 = \frac{3 \times 7500}{4\pi}$$
$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \times 7500}{4\pi}}$$
$$\approx 12{,}14 \text{ cm}$$

Aire de la boule :

$$A_{\text{boule}} = 4\pi r^2$$
$$\approx 4\pi(12{,}14)^2$$
$$\approx 1852{,}93 \text{ cm}^2$$

Réponse : L'aire du coussin sera d'environ 1852,93 cm^2.

Page 304

65. Coordonnées du sommet P :

$$4x - y = 300$$
$$4x - (200 - x) = 300$$
$$4x - 200 + x = 300$$
$$5x = 500$$
$$x = 100$$
$$y = {}^-x + 200$$
$$= {}^-100 + 200$$
$$= 100$$

P(100, 100)

Coordonnées du sommet Q :

$$4x - y = 300$$
$$4x - 150 = 300$$
$$4x = 450$$
$$x = 112{,}5$$

Q(112,5, 150)

Coordonnées du sommet R :

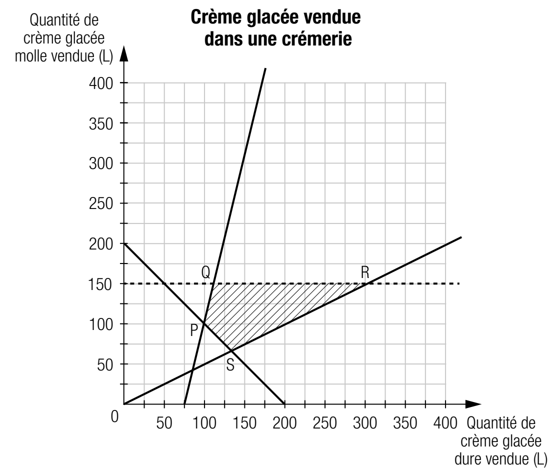
$$x = 2y$$
$$= 2 \times 150$$
$$= 300$$

R(300, 150)

Coordonnées du sommet S :

$$x + y = 200$$
$$2y + y = 200$$
$$3y = 200$$
$$y = 66{,}\overline{6}$$
$$x = 2y$$
$$= 2 \times 66{,}\overline{6}$$
$$= 133{,}\overline{3}$$

S($133{,}\overline{3}$, $66{,}\overline{6}$)



Réponse : P(100, 100), Q(112,5, 150), R(300, 150), S($133{,}\overline{3}$, $66{,}\overline{6}$)

66. Cette personne devrait emprunter le trajet M-C-F-D-G-E-C-A-M.

Page 305

67. Banque A :

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$
$$C_5 = 3000(1 + 8\ \%)^5$$
$$= 3000(1{,}08)^5$$
$$\approx 4407{,}98$$

Donc, 4407,98 $.

Banque B :

$n = 5 \times 12 = 60$ mois

$$C_n = C_0(1 + i)^n$$
$$C_{60} = 3000(1 + 0{,}65\ \%)^{60}$$
$$= 3000(1{,}0065)^{60}$$
$$\approx 4425{,}35$$

Donc, 4425,35 $.

Réponse : Joël devrait choisir la banque B afin d'obtenir un capital accumulé de 4425,35 $.

68. Nombre de personnes voyageant en autocar :

$\frac{2}{5} \times 200 = 80$ personnes

Nombre de personnes voyageant en train :

$200 - 80 = 120$ personnes

Nombre d'enfants voyageant en autocar :

$\frac{3}{8} \times 80 = 30$ enfants

Nombre d'adultes voyageant en autocar :

$80 - 30 = 50$ adultes

Voyage en Italie

Voyageur \ Transport	Autocar	Train	**Total**
Adultes	50	65	**115**
Enfants	30	**55**	**85**
Total	**80**	**120**	**200**

Nombre total, x, d'adultes :

$$\frac{10}{23} = \frac{50}{x}$$
$$x = \frac{50 \times 23}{10}$$
$$= 115 \text{ adultes}$$

Nombre d'adultes voyageant en train :

$115 - 50 = 65$ adultes

Nombre d'enfants voyageant en train :

$120 - 65 = 55$ enfants

Probabilité :

$$P(\text{train} \mid \text{enfant}) = \frac{P(\text{enfant} \cap \text{train})}{P(\text{enfant})}$$
$$= \frac{\frac{55}{200}}{\frac{85}{200}}$$
$$= \frac{11}{17}$$

Réponse : La probabilité est de $\frac{11}{17}$.

Page 306

69. Variables

x : temps de travail comme hygiéniste (h/semaine)

y : temps de travail comme adjoint administratif (h/semaine)

Objectif

Maximiser le salaire S (en $)

Règle de la fonction à optimiser

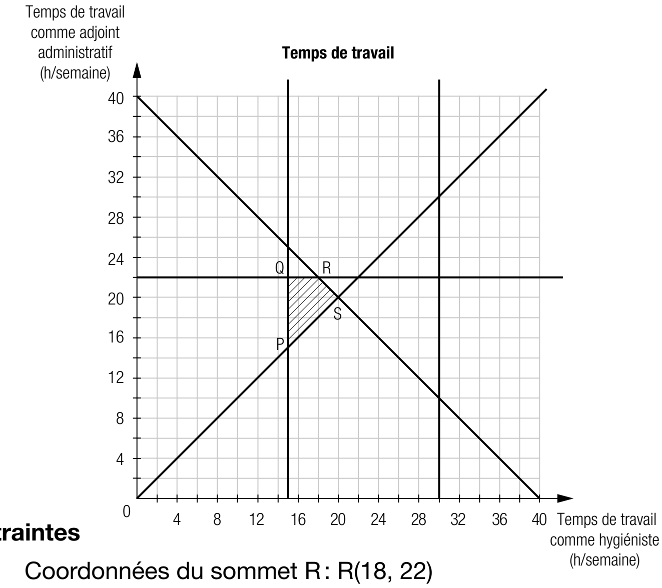
$S = 25x + 15y$

Contraintes

$x \geq 15$ $\quad$ $y \leq 22$

$y \geq 0$ $\quad$ $x + y \leq 40$

$x \leq 30$ $\quad$ $y \geq x$



Coordonnées des sommets du polygone de contraintes

Coordonnées du sommet P : P(15, 15)

Coordonnées du sommet Q : Q(15, 22)

Coordonnées du sommet R : R(18, 22)

Coordonnées du sommet S : S(20, 20)

Solution optimale

Sommet	$S = 25x + 15y$
P(15, 15)	$S = 25 \times 15 + 15 \times 15 = 600$ $
Q(15, 22)	$S = 25 \times 15 + 15 \times 22 = 705$ $
R(18, 22)	$S = 25 \times 18 + 15 \times 22 = 780$ $
S(20, 20)	$S = 25 \times 20 + 15 \times 20 = 800$ $

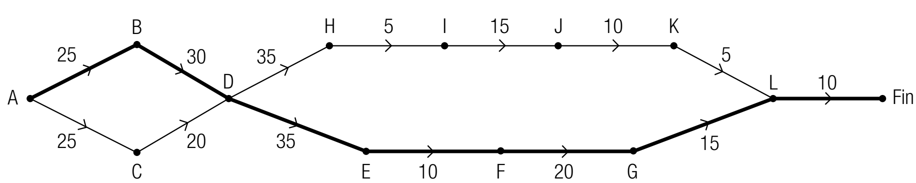
Les coordonnées du sommet S permettent de maximiser la fonction à optimiser.

Réponse : Laurent doit travailler 20 h comme hygiéniste et 20 h comme adjoint administratif pour maximiser son salaire, qui sera alors de 800 $/semaine.

Page 307

70. Temps minimal requis selon la planification :

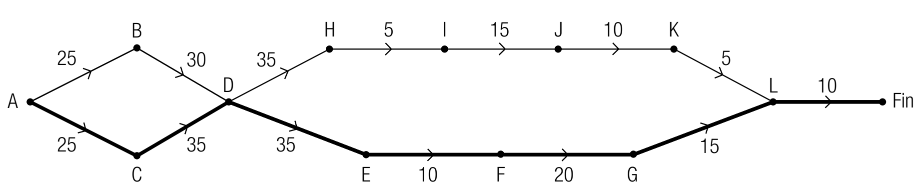
Aménagement d'un potager



$25 + 30 + 35 + 10 + 20 + 15 + 10 = 145$ min

Temps minimal requis en considérant le bris de la pelle :

Aménagement d'un potager



$25 + 35 + 35 + 10 + 20 + 15 + 10 = 150$ min

Différence : $150 - 145 = 5$ min

Réponse : Le bris de la pelle retardera l'aménagement du potager de 5 min.

71. Taux d'augmentation annuel moyen :

$$V_n = V_0(1 + i)^n$$
$$8 = 5{,}649(1 + i)^2$$
$$\frac{8}{5{,}649} = (1 + i)^2$$
$$\left(\frac{8}{5{,}649}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + i$$
$$i = \left(\frac{8}{5{,}649}\right)^{\frac{1}{2}} - 1$$
$$\approx 0{,}19$$

Donc, 19 %.

Valeur des achats en 2020 :

$$V_n = V_0(1 + i)^n$$
$$V_7 = 5{,}649(1 + 19\ \%)^7$$
$$= 5{,}649(1{,}19)^7$$
$$\approx 19{,}09 \text{ milliards de dollars}$$

Donc, 19,09 milliards de dollars.

Réponse : En 2020, la valeur des achats sur Internet sera de 19,09 milliards de dollars.

72. Méthode de Borda :

Nombre de points par activité :

Vente de chocolat : $58 \times 4 + 61 \times 3 + 21 \times 1 + 64 \times 4 + 43 \times 3 + 22 \times 2 + 11 \times 3 = 898$ points

Lavothon : $58 \times 3 + 61 \times 2 + 21 \times 2 + 64 \times 1 + 43 \times 1 + 22 \times 1 + 11 \times 2 = 489$ points

Défilé de mode : $58 \times 2 + 61 \times 4 + 21 \times 4 + 64 \times 3 + 43 \times 2 + 22 \times 3 + 11 \times 1 = 799$ points

Spectacle musical : $58 \times 1 + 61 \times 1 + 21 \times 3 + 64 \times 2 + 43 \times 4 + 22 \times 4 + 11 \times 4 = 614$ points

Alexanne et ses amis choisiront la vente de chocolat selon cette procédure de vote.

Vote par élimination :

Votes de 1er choix :

Vente de chocolat : $58 + 64 = 122$ votes

Lavothon : 0 vote

Défilé de mode : $61 + 21 = 82$ votes

Spectacle musical : $43 + 22 + 11 = 76$ votes

Majorité des votes :

$280 \times 50\ \% = 140$ votes

Donc, 141 votes.

On élimine le spectacle musical. Il y a $43 + 11 = 54$ votes de 1er choix du spectacle musical qui sont transférés à la vente de chocolat et 22 qui sont transférés au défilé de mode. La vente de chocolat ayant maintenant $122 + 54 = 176$ votes et le défilé de mode, $76 + 22 = 98$ votes, la vente de chocolat obtient la majorité. C'est donc cette activité qui sera choisie.

Réponse : *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* Alexanne et ses amis ont pu appliquer la méthode de Borda et le vote par élimination.